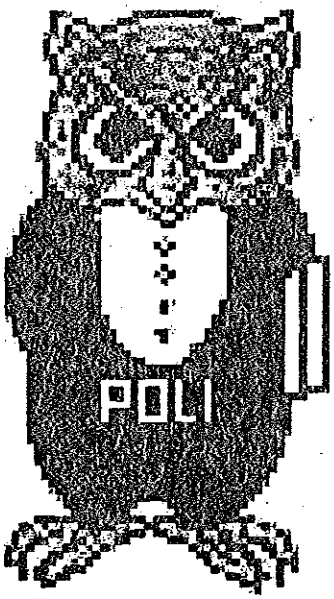
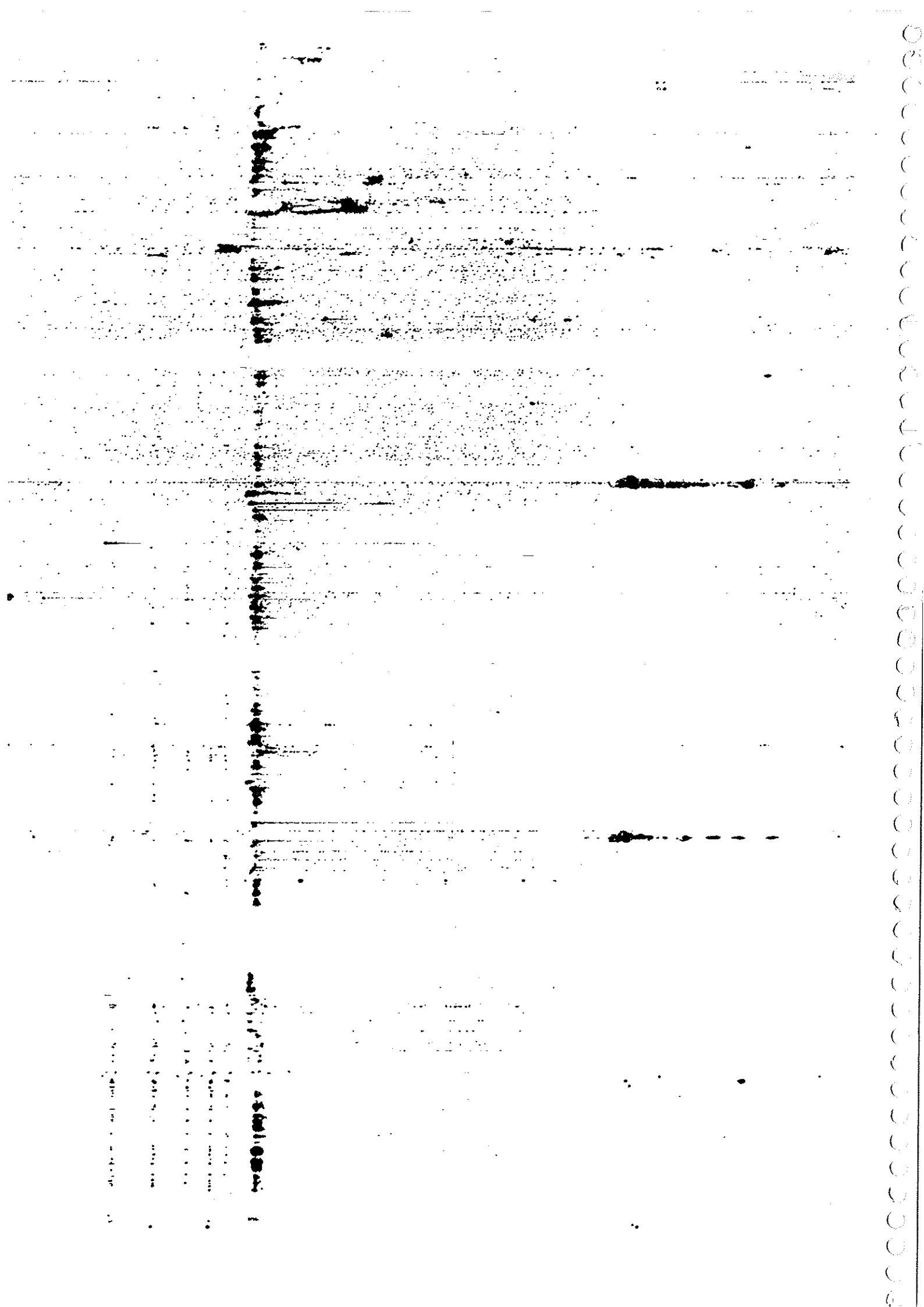
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

SOLUCIONARIO DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS DE FISICA



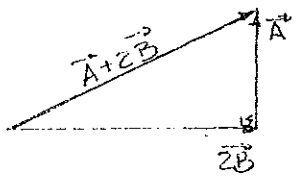
FECHA DE REALIZACION :2005

QUITO-ECUADOR



VECTORES:

1.-Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ están representados por la altura y la base de un rectángulo respectivamente.Determinar :
La magnitud y dirección del vector $\vec{A}+2\vec{B}$.



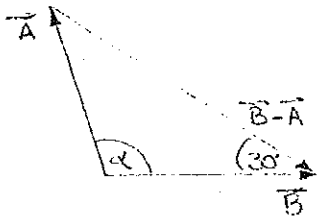
$$|\vec{A}+2\vec{B}| = \sqrt{A^2+4B^2}\ //$$

$$\vec{\mu}_{|A+2B|} = \frac{\vec{A}+2\vec{B}}{\sqrt{A^2+4B^2}}\ //$$

$$|\vec{A}+2\vec{B}| = A^2+(2B)^2$$

$$|\vec{A}+2\vec{B}| = A^2+4B^2$$

2.-En un sistema de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$,la magnitud de B es 10 unidades y el módulo de $(\vec{B}-\vec{A})$es 15 unidades;si el ángulo que forman los vectores $\vec{B}$ y $(\vec{B}-\vec{A})$ es 30°.Determinar:
2.1.-La magnitud del vector $\vec{A}$.
2.2.-El ángulo entre los vectores.



$$A = \sqrt{B^2+(B-A)^2-2B(\vec{B}-\vec{A})\cos 30^\circ}$$

$$A = \sqrt{10^2+15^2-2\times10\times15\cos 30^\circ} = 8{,}074\ u$$

$$\cos\alpha = \frac{A^2+B^2-(\vec{B}-\vec{A})^2}{2\cdot A\cdot B} = \frac{8{,}074^2+10^2-15^2}{2\times 8{,}074\times 10}$$

$$\therefore \alpha = 111{,}73^\circ\ //$$

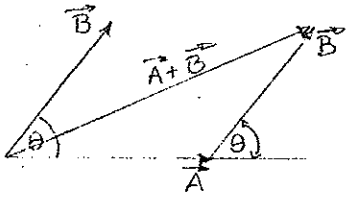
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

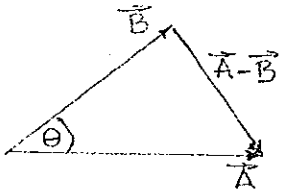
3.-Usando componentes rectangulares,demuestre que el módulo del vector suma $\vec{A}+\vec{B}$,es:

$\sqrt{A^2+B^2+2AB.Cos\theta}$

y que el módulo de $\vec{A}-\vec{B}$ es:

$\sqrt{A^2+B^2-2AB.Cos\theta}$





P.D: $\sqrt{A^2+B^2+2ABCos\theta}$

$\vec{A} = A\vec{i}$

$\vec{B} = Bx\vec{i} + By\vec{j}$

$\vec{B} = BCos\theta\,\vec{i} + BSen\theta\,\vec{j}$

$\vec{A}+\vec{B} = A\vec{i} + BCos\theta\,\vec{i} + BSen\theta\,\vec{j}$

$\vec{A}+\vec{B} = (A+BCos\theta)\vec{i} + BSen\theta\,\vec{j}$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{(A+BCos\theta)^2 + B^2Sen^2\theta}$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{A^2+B^2Cos^2\theta+B^2Sen^2\theta+2ABCos\theta}$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{A^2+B^2+2ABCos\theta}$ //

POR DEMOSTRAR: $\vec{A}-\vec{B} = \sqrt{A^2+B^2-2ABCos\theta}$

$\vec{A}-\vec{B} = A\vec{i} - (BCos\theta\,\vec{i} + BSen\theta\,\vec{j})$

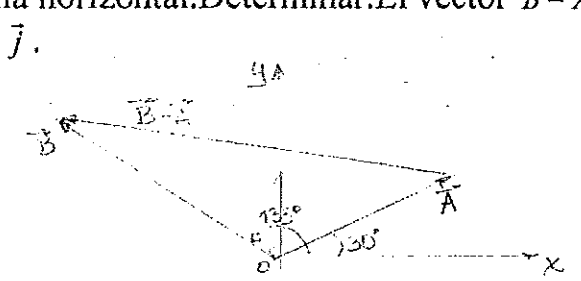
$\vec{A}-\vec{B} = (A-BCos\theta)\vec{i} + BSen\theta\,\vec{j}$

$|\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{(A-BCos\theta)^2 + B^2Sen^2\theta}$

$|\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{A^2+B^2Cos^2\theta-2ABCos\theta+B^2Sen^2\theta}$

$|\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{A^2+B^2-2ABCos\theta}$ //

4.-Un vector $\vec{A}$ de magnitud 10 unidades forma un ángulo de 30° con la horizontal y otro vector $\vec{B}$,de módulo 16 unidades,forma un ángulo de 135° con la misma horizontal.Determinar:El vector $\vec{B}-\vec{A}$,en función de los unitarios $\vec{i}$, $\vec{j}$.

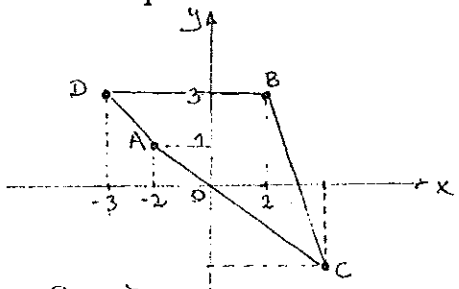


$\vec{A} = 10(Cos30\,\vec{i} + Sen30\,\vec{j}) = 8,66\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$

$\vec{B} = 16(Cos45\,\vec{j} - Sen45\,\vec{i}) = 11,31\,\vec{j} - 11,31\,\vec{i}$

$\vec{B}-\vec{A} = -19,97\,\vec{i} + 6,31\,\vec{j}$ [unidades] //

5.-Dados los punto A(-2, 1) ; B(2, 3) ; C(4, -2) y D(-3, 3).Demustre que la suma de los vectores dados por los lados del cuadrilátero es cero.



$\vec{AD} + \vec{DB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0 \rightarrow -\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{i} + 2\vec{i} - 5\vec{j} - 6\vec{i} + 3\vec{j} = 0$

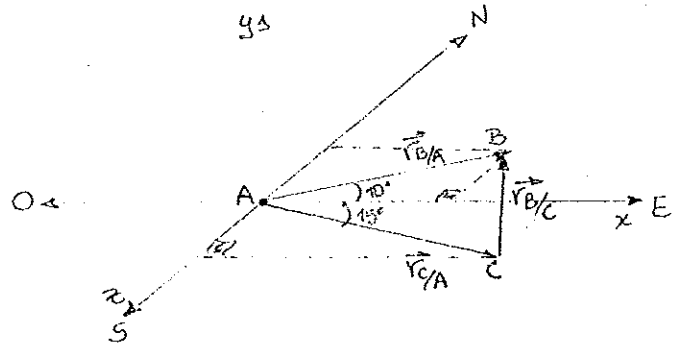
$\vec{AD} = (-3,3) - (-2,1) = -1\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{DB} = (2,3) - (-3,3) = 5\vec{i}$

$\vec{BC} = (4,-2) - (2,3) = 2\vec{i} - 5\vec{j}$

$\vec{CA} = (-2,1) - (4,-2) = -6\vec{i} + 3\vec{j}$

6.-En una mesa de billar hay tres bolas A,B y C.La bola B se encuentra con respecto a A en la posición (E 10° N;distancia 0,4m) y la bola C se encuentra con respecto a A al (E 15° S,distancia 0,50m).Cuál es la posición de B con respecto a C?



$\vec{r}_{B/A} = 0,4\,(\cos 10\,\vec{i} - \operatorname{sen} 10\,\vec{k}) = 0,393\,\vec{i} - 0,0694\,\vec{k}$

$\vec{r}_{C/A} = 0,5\,(\cos 15\,\vec{i} + \operatorname{sen} 15\,\vec{k}) = 0,482\,\vec{i} + 0,129\,\vec{k}$

$\vec{r}_{B/C} = \vec{r}_{B/A} - \vec{r}_{C/A} = (0,393\,\vec{i} - 0,0694\,\vec{k}) - (0,482\,\vec{i} + 0,129\,\vec{k})$

$\vec{r}_{B/C} = -0,089\,\vec{i} - 0,198\,\vec{k}\ [m]$ //

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

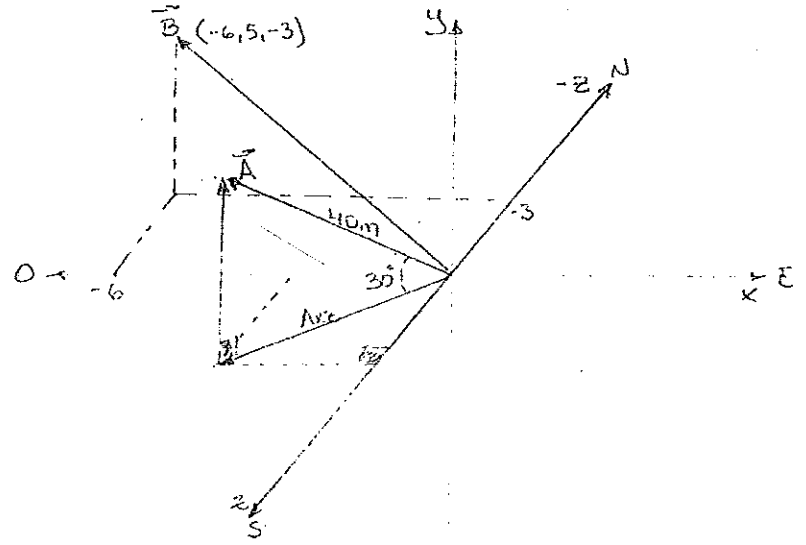
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.-Un avión de aeromodelismo,despega en la dirección S-O y con un ángulo de elevación de 30°.Luego de volar en línea recta una distancia de 40 metros desde su punto de partida su dueño desea impactar en un blanco ubicado en el punto B(-6 , 5, -3) metros.Determinar:

7.1-La dirección que debe tomar el avión para lograr su propósito.

7.2-La posición del avión respecto al blanco.

7.1



$A_{xy} = 40\cos 30 = 34,64$

$\vec{A}_x = -34,64 \operatorname{Sen}45\,\vec{i} = -24,5\,\vec{i}$

$\vec{A}_z = 34,64\,\operatorname{Cos}45\,\vec{k} = 24,5\,\vec{k}$

$\vec{A}_y = 40\operatorname{Sen}30\,\vec{j} = 20\,\vec{j}$

$\vec{A} = -24,5\,\vec{i} + 20\vec{j} + 24,5\,\vec{k}$

$\vec{B} = -6\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$

$\vec{r}_{B/A} = \vec{B} - \vec{A} = (-6\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}) - (-24,5\,\vec{i} + 20\vec{j} + 24,5\,\vec{k})$

$\vec{r}_{B/A} = 18,5\,\vec{i} - 15\vec{j} - 27,5\,\vec{k}$ [m]

$\vec{u}_{B/A} = \dfrac{18,5\,\vec{i} - 15\vec{j} - 27,5\,\vec{k}}{\sqrt{18,5^2 + 15^2 + 27,5^2}} = 0,502\,\vec{i} - 0,412\,\vec{j} - 0,756\,\vec{k}$ //

7.2

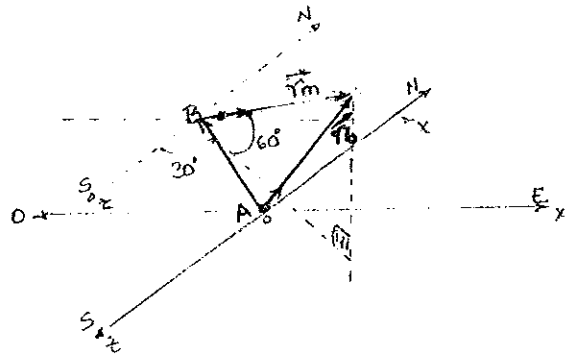
$\vec{r}_{A/B} = -\vec{r}_{B/A} = -18,5\,\vec{i} + 15\vec{j} + 27,5\,\vec{k}$ [m] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Dos pistoleros A y B se encuentran sobre el mismo plano horizontal.B se encuentra respecto a A en el punto (-2, 0, -3)metros.El pistolero B lanza una moneda en línea recta en la dirección S 30° E; ángulo de elevación de 60° y cuando recorre una distancia de 20 metros es impactada por una bala del pistolero A. Determinar:

8.1.-La dirección del disparo.

8.2.-El vector unitario paralelo a la dirección de lanzamiento de la moneda.



8.1.

$\vec{r}_{By} = 20 \sin 60\, \vec{j} = 17{,}32\, \vec{j}$

$r_{BXZ} = 20 \cos 60 = 10$

$r_z = 10 \cos 30 = 8{,}66$

$r_x = 10 \sin 30 = 5$

$\vec{r}_B = 5\vec{i} + 17{,}32\vec{j} + 8{,}66\vec{k} = \vec{r}_m$

$\vec{r}_{B/A} = -2\vec{i} - 3\vec{k}$

$\vec{r}_b = \vec{r}_{B/A} + \vec{r}_m$

$\vec{r}_b = (-2\vec{i} - 3\vec{k}) + (5\vec{i} + 17{,}32\vec{j} + 8{,}66\vec{k})$

$\vec{r}_b = 3\vec{i} + 17{,}32\vec{j} + 5{,}66\vec{k}$

$\vec{\mu}_{r_b} = \dfrac{3\vec{i} + 17{,}32\vec{j} + 5{,}66\vec{k}}{18{,}46}$

$\vec{\mu}_{r_b} = 0{,}162\vec{i} + 0{,}937\vec{j} + 0{,}306\vec{k}$ //

8.2) $\vec{\mu}_B = \dfrac{\vec{r}_B}{|\vec{r}_B|}$

$\vec{\mu}_B = \dfrac{5\vec{i} + 17{,}32\vec{j} + 8{,}66\vec{k}}{20}$

$\vec{\mu}_B = 0{,}25\vec{i} + 0{,}866\vec{j} + 0{,}433\vec{k}$ //

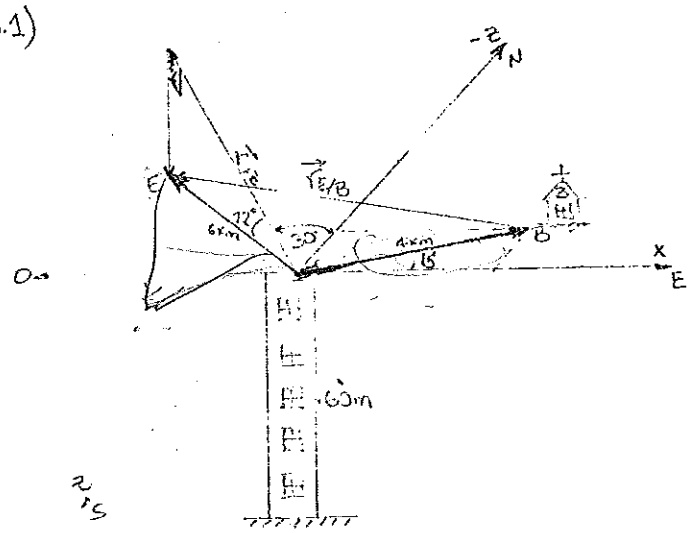
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Desde lo alto del edificio de administración (60 metros) por medio de un teodolito medimos un ángulo de 15° sobre la horizontal y una distancia de 4km a la Basílica.Giramos el teodolito un ángulo de 120° y medimos un ángulo de depresión de 12° al Estadio Olímpico y estimamos una distancia de 6 km.Determinar:

9.1.-La distancia entre la Basílica y el Estadio.

9.2.-La posición del Estadio respecto a la Basílica.

9.1)



(E): $r_{xz} = 6\cos 12 = 5{,}868$

$r_y = 6\sin 12 = 1{,}247$

$r_z = 5{,}868\cos 30 = 5{,}081$

$r_x = 5{,}868\sin 30 = 2{,}934$

(B): $r_{Bx} = 4\cos 15 = 3{,}863$

$r_{Bz} = 4\sin 15 = 1{,}035$

$\vec{r}_B = 3{,}863\vec{i} - 1.035\vec{k}$

$\vec{r}_E = -2{,}934\vec{i} - 1{,}247\vec{j} - 5{,}081\vec{k}$

$\vec{r}_{BE} = \vec{r}_E - \vec{r}_B = (-2{,}934\vec{i} - 1{,}247\vec{j} - 5{,}081\vec{k}) - (3{,}863\vec{i} - 1{,}035\vec{k})$

$\vec{r}_{BE} = -6{,}797\vec{i} - 1{,}247\vec{j} - 4{,}046\vec{k}$

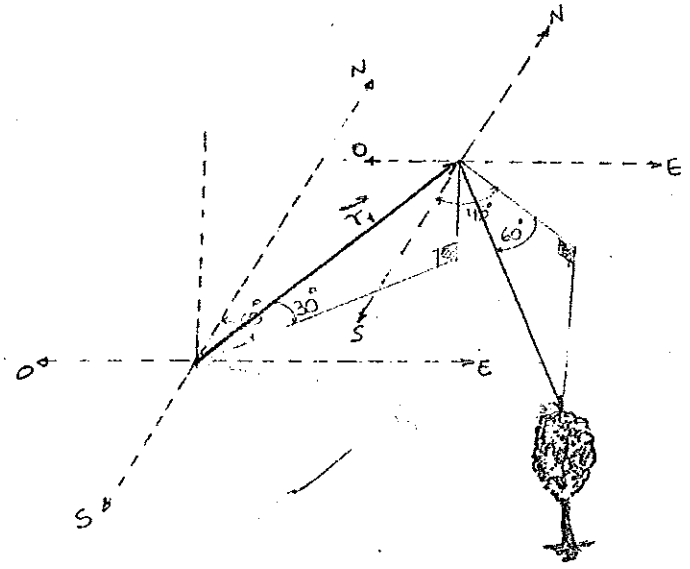
$|\vec{r}_{BE}| = 8\ [km]$ //

9.2) $\vec{r}_{E/B} = -6{,}797\vec{i} - 1{,}247\vec{j} - 4{,}046\vec{k}\ [km]$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

10.-Un avión de aeromodelismo despega en la dirección N 60° E; ángulo de elevación de 30°; luego de volar en línea recta 60 metros gira en la dirección S-E,ángulo depresión de 60° y luego de recorrer en línea recta 30 metros,se estrella contra un árbol.Determinar:

10.1.-La posición del árbol en el espacio en función de los unitarios $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$,respecto al punto de despegue del avión.



10.1. $r_{1y} = 60\,Sen30 = 30$

$r_{1xz} = 60\,Cos30 = 51,96$

$r_{1z} = 51,96\,Cos60 = 25,98$

$r_{1x} = 51,96\,Sen60 = 45$

$\vec{r}_1 = 45\vec{i} + 30\vec{j} - 25,98\vec{k}$

$r_{2y} = 30\,Sen60 = 25,98$

$r_{2xz} = 30\,Cos60 = 15$

$r_z = 15\,Cos45 = 10,6$

$r_x = 15\,Sen45 = 10,6$

$\vec{r}_2 = 10,6\vec{i} - 25,98\vec{j} + 10,6\vec{k}$

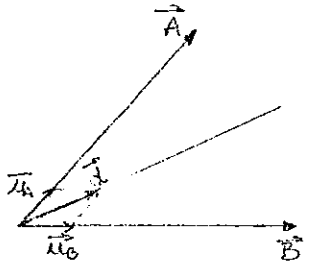
$\vec{r}_a = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$

$\vec{r}_a = (45\vec{i} + 30\vec{j} - 25,98\vec{k}) + (10,6\vec{i} - 25,98\vec{j} + 10,6\vec{k})$

$\vec{r}_a = 55,6\vec{i} + 4,02\vec{j} - 15,38\vec{k}$ [m]

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Dados los puntos A(2, -3, 6) y B(-1, 2, -2) unidades.Determinar un vector $\vec{C}$, de módulo $3\sqrt{42}$ unidades,cuya línea de acción coicide con la bisectriz del ángulo formado por los radios vectores de los puntos A y B.



$\vec{A} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$

$\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

$\vec{\mu}_A = \frac{\vec{A}}{|A|} = 0,285\vec{i} - 0,428\vec{j} + 0,857\vec{k}$

$\vec{\mu}_B = \frac{\vec{B}}{|B|} = -0,33\vec{i} + 0,66\vec{j} - 0,66\vec{k}$

$\vec{d} = \vec{\mu}_A + \vec{\mu}_B$

$\vec{d} = -0,045\vec{i} + 0,232\vec{j} + 0,197\vec{k}$

$\vec{\mu}_d = \frac{\vec{d}}{|d|} = \frac{-0,045\vec{i} + 0,232\vec{j} + 0,197\vec{k}}{0,307}$

$\vec{\mu}_d = -0,146\vec{i} + 0,755\vec{j} + 0,641\vec{k}$

$\vec{C} = 3\sqrt{42}\,\vec{\mu}_d$

$\vec{C} = 3\sqrt{42}(-0,146\vec{i} + 0,755\vec{j} + 0,641\vec{k})$

$\vec{C} = -2,838\vec{i} + 14,67\vec{j} + 12,46\vec{k}$ //

12.-Un vector cuya magnitud es 100 unidades tiene una línea de acción de acción cuyos cosenos directores son $Cos\alpha = 0,7$, $Cos\beta = 0,2$ relativos a un sistema de coordenadas xyz.Si el vector está localizado en el primer octante y se aleja del orígen,escríbalo en términos de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

$\vec{\mu} = Cos\alpha\,\vec{i} + Cos\beta\,\vec{j} + Cos\gamma\,\vec{k}$

$1 = Cos^2\alpha + Cos^2\beta + Cos^2\gamma$

$Cos^2\gamma = 1 - 0,7^2 - 0,2^2 = 0,47$

$Cos\gamma = \pm 0,685$

Se encuentran en el I octante:

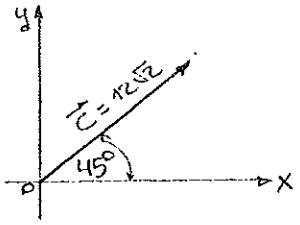
$\gamma \rightarrow Cos\gamma = 0,685 \Rightarrow \gamma = 46,72°$

$\vec{\mu}_A = 0,7\vec{i} + 0,2\vec{j} + 0,685\vec{k}$

$\vec{A} = A\vec{\mu}_A = 100(0,7\vec{i} + 0,2\vec{j} + 0,685\vec{k})$

$\vec{A} = 70\vec{i} + 20\vec{j} + 68,5\vec{k}$ [m]

13.-Determinar la suma de tres vectores $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ en donde:
$\vec{A} = 5\vec{i} - 10\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{B} = 9\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ y C es un vector en el plano xy,que forma un ángulo de 45° con la dirección positiva del eje de las x y se aleja del origen y cuya magnitud es $12\sqrt{2}$.



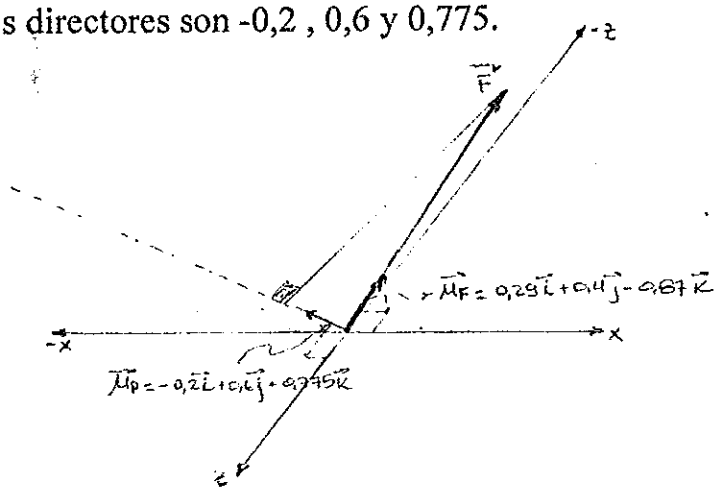
$\vec{C} = 12\sqrt{2}(\cos 45\vec{i} + \operatorname{Sen} 45\vec{j})$

$\vec{C} = 12\vec{i} + 12\vec{j}$

$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C} = (5\vec{i} - 10\vec{j} + 7\vec{k}) + (9\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}) + (12\vec{i} + 12\vec{j})$

$\Rightarrow \vec{A}+\vec{B}+\vec{C} = 26\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$ [u] //

14.-Determinar la proyección de una fuerza de 100kgf cuyos cosenos directores son 0,29 , 0,4 y -0,87 , sobre la línea de acción de otro vector cuyos cosenos directores son -0,2 , 0,6 y 0,775.



$\vec{F}_{\vec{\mu}_P} = \dfrac{\vec{F}\cdot\vec{\mu}_P}{|\vec{\mu}_P|}\cdot\vec{\mu}_P$

$\vec{F} = 100(0,29\vec{i} + 0,4\vec{j} - 0,87\vec{k}) = 29\vec{i} + 40\vec{j} - 87\vec{k}$

$\vec{F}_{\vec{\mu}_P} = \dfrac{\vec{F}\cdot\vec{\mu}_P}{|\vec{\mu}_P|}\cdot\vec{\mu}_P = \dfrac{(29\vec{i} + 40\vec{j} - 87\vec{k})\cdot(-0,2\vec{i} + 0,6\vec{j} + 0,77\vec{k})}{|1|}\cdot(-0,2\vec{i} + 0,6\vec{j} + 0,775\vec{k})$

$\vec{F}_{\vec{\mu}_P} = -49,08(-0,2\vec{i} + 0,6\vec{j} + 0,775\vec{k})$

$\vec{F}_{\vec{\mu}_P} = 9,84\vec{i} - 29,53\vec{j} - 38,14\vec{k}$ [kgf] //

$-6,09 + 24 = 66,09$

$= -49,08$

$17K + 22,33j$

$-3,4 - K + 30,8\lambda$

$18,27j - 52,2\lambda$

$9 + 40,6 - 21,1$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.-Para que valores de "m" forman un ángulo de 60° entre sí ,los vectores que van de (2, -7, 5) a (7, 1, -3) y de (8, m, -4) a (4, -2, 1).

$\vec{A} = 2\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{K}$

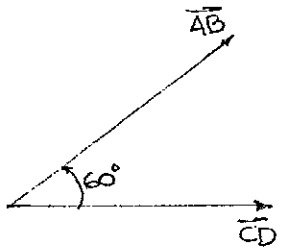
$\vec{B} = 7\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{K}$

$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = 5\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{K}$

$\vec{C} = 8\vec{i} + m\vec{j} - 4\vec{K}$

$\vec{D} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{K}$

$\vec{CD} = \vec{D} - \vec{C} = -4\vec{i} + (-2-m)\vec{j} + 5\vec{K}$



$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = (AB)(CD)\cos\theta$

$\cos 60 = \dfrac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{(AB)(CD)} = \dfrac{(5\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{K}) \cdot (-4\vec{i} + (-2-m)\vec{j} + 5\vec{K})}{12{,}36\sqrt{16 + (2+m)^2 + 25}} = 0{,}5$

$-20 - 8(2+m) - 40 = 0{,}5 \times 12{,}36\sqrt{16 + (2+m)^2 + 25}$

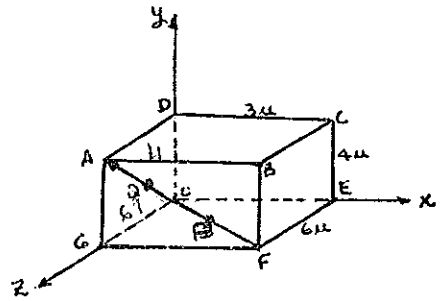
Despejo m:

$\therefore m = -36{,}94$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.-En el prisma de la figura,si P y Q son los puntos medios de las diagonales OF y OA. Determinar:

16.1.- La posición de P respecto a Q .
16.2.- Cuál es la posición geográfica de B respecto a Q (latitud y longitud)?
16.3.- Cuál es la proyección del vector $\overrightarrow{OD}$ sobre la línea de acción del vector $\overrightarrow{PQ}$.?



16.1

$\vec{r}_{P/Q} = \vec{r}_P - \vec{r}_Q$

$\vec{r}_P = 1,5\vec{i} + 3\vec{k}$

$\vec{r}_Q = 3\vec{k} + 2\vec{j}$

$\vec{r}_{P/Q} = (1,5\vec{i}+3\vec{k}) - (3\vec{k}+2\vec{j})$

$\vec{r}_{P/Q} = 1,5\vec{i} - 2\vec{j}$

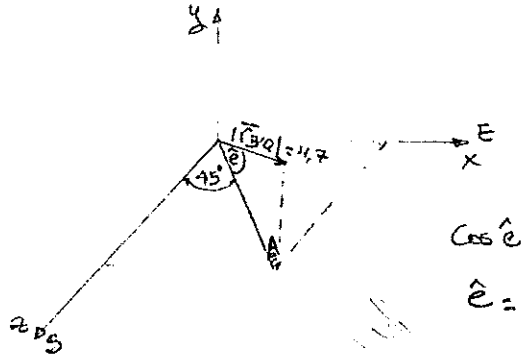
16.2

$\vec{r}_B = 3\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}$

$\vec{r}_Q = 3\vec{k} + 2\vec{j}$

$\vec{r}_{B/Q} = (3\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}) - (3\vec{k}+2\vec{j})$

$\vec{r}_{B/Q} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$



$r_{xz} = \sqrt{3^2+3^2} = 4,24$

$\cos\hat{e} = \frac{4,24}{4,7}$

$\hat{e} = 25,56°$.

$\vec{r}_{B/Q} = (4,7\,u\,;\ S45°E\,,\ \hat{e}=25,56)$ //

16.3

$\vec{r}_{OD} = 4\vec{j}$

$\vec{r}_{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = -\vec{r}_{P/Q}$

$\vec{r}_{PQ} = -1,5\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{OD}_{PQ} = \frac{(\vec{OD}\cdot\vec{PQ})}{PQ^2}\cdot\vec{PQ}$

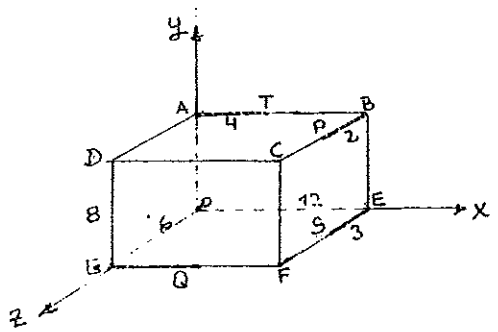
$\vec{OD}_{PQ} = \frac{4\vec{j}\cdot(2\vec{j}-1,5\vec{i})}{6,25}\cdot(2\vec{j}-1,5\vec{i})$

$\vec{OD}_{PQ} = 2,56\vec{j} - 1,92\vec{i}$ [u] //

17.-En el paralelepípedo ABCDEFGO,indicado en la figura,Determinar:

17.1.-Los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{ST}$ en función de sus componentes normalizados.

17.2.-El ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{ST}$.



17.1

$\vec{P} = 12\vec{i} + 8\vec{j} + 2\vec{K}$

$\vec{Q} = 6\vec{K} + 5\vec{i}$

$\vec{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = -7\vec{i} - 8\vec{j} + 4\vec{K}$ //

$\vec{S} = 12\vec{i} + 3\vec{K}$

$\vec{T} = 8\vec{j} + 4\vec{i}$

$\vec{ST} = \vec{T} - \vec{S} = -8\vec{i} + 8\vec{j} - 3\vec{K}$ //

17.2

$$\cos\theta = \frac{\vec{PQ}\cdot\vec{ST}}{PQ\cdot ST} = \frac{(-7\vec{i}-8\vec{j}+4\vec{K})\cdot(-8\vec{i}+8\vec{j}-3\vec{K})}{11{,}35 \times 11{,}7}$$

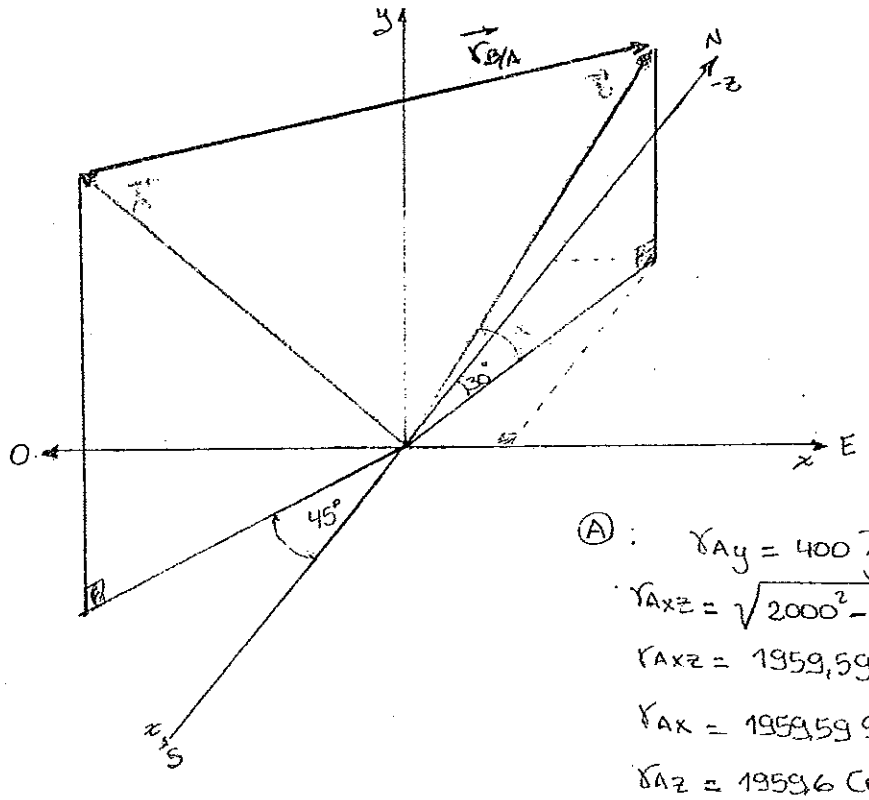
$$\cos\theta = \frac{-20}{132{,}8} = -0{,}150$$

$\hookrightarrow \theta = 98{,}66^\circ$ //

18.-En un aeropuerto se presenta la siguiente situación:Un avión (B) se halla parqueado en la posición N 30° E; distancia 200 metros respecto a la base de una torre de control de 15 metros de altura.En ese instante otro avión (A) se encuentra en la dirección S-O, a una altura de 400 metros de la pista y distancia 2000 metros respectivamente a la base de la torre anterior.Determinar:

18.1.-La posición del avión B respecto al de A.

18.2.-La distancia entre los dos aviones.



Ⓑ : $r_{By} = 15m$

$r_{Bxz} = \sqrt{200^2 - 15^2}$

$r_{Bxz} = 199,43\,[m]$

$r_{Bx} = r_{Bxz}\,Sen30$

$r_{Bx} = 199,43\,Sen30 = 99,71$

$r_{Bz} = r_{Bxz}\,Cos30 = 172,71$

$\vec{r}_B = 99,71\,\vec{i} + 15\,\vec{j} - 172,71\,\vec{k}\,[m]$

Ⓐ : $r_{Ay} = 400\,\vec{j}$

$r_{Axz} = \sqrt{2000^2 - 400^2}$

$r_{Axz} = 1959,59\,[m]$

$r_{Ax} = 1959,59\,Sen45 = 1385,64\,m$

$r_{Az} = 1959,6\,Cos45 = 1385,64\,m$

$\vec{r}_A = -1385,64\,\vec{i} + 400\,\vec{j} + 1385,64\,\vec{k}\,[m]$

18.1.

$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

$= (99,71\vec{i} + 15\vec{j} - 172,71\vec{k}) - (-1385,64\vec{i} + 400\vec{j} + 1385,64\vec{k})$

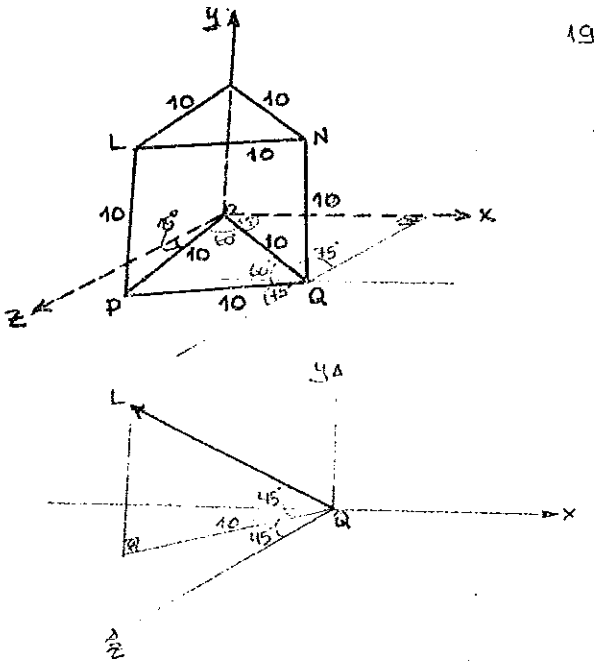
$\vec{r}_{B/A} = 1485,35\,\vec{i} - 385\,\vec{j} - 1558,35\,\vec{k}\,[m]$

18.2.

$|r_{B/A}| = d = 2187\,[m]$

19.-En la figura determinar:

19.1.-La dirección geográfica del vector $\overrightarrow{LN}$.
19.2.-La dirección geográfica del vector. $\overrightarrow{QL}$.
19.3.-El vector proyección de $\overrightarrow{OQ}$ sobre $\overrightarrow{QL}$.
19.4.-El vector unitario paralelo al vector $\overrightarrow{OL}$.



19.4 $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PL}$

$\overrightarrow{OP} = 10(\cos 15\vec{k} + \operatorname{Sen} 15\vec{i})$

$\overrightarrow{OP} = 9{,}65\vec{k} + 2{,}58\vec{i}$

$\overrightarrow{PL} = 10\vec{j}$

$\overrightarrow{OL} = 2{,}58\vec{i} + 10\vec{j} + 9{,}65\vec{k}$

$\vec{\mu}_{OL} = \dfrac{\overrightarrow{OL}}{|\overrightarrow{OL}|} = \dfrac{2{,}58\vec{i} + 10\vec{j} + 9{,}65\vec{k}}{14{,}13}$

$\vec{\mu}_{OL} = 0{,}182\vec{i} + 0{,}707\vec{j} + 0{,}682\vec{k}$ //

$\mathcal{L}o \rightarrow 3;30$

$7 \quad x$

19.1. $\overrightarrow{LN} = 10(\cos 45\vec{k} - \operatorname{Sen} 45\vec{i})$

$\overrightarrow{LN} = 7{,}071\vec{k} - 7{,}071\vec{i}$

$\overrightarrow{LN} = (10\,u;\ 545°0;\ \hat{e}\ od\ no\ hay)$

19.2. $\overrightarrow{QL} = -7{,}071\vec{i} + 10\vec{j} + 7{,}071\vec{k}$

$\overrightarrow{QL} = (10\sqrt{2};\ 545°0;\ \hat{e} = 45°)$

19.3 $\overrightarrow{OQ} = 10\cos 15\vec{i} + 10\operatorname{Sen} 15\vec{k}$

$\overrightarrow{OQ} = 9{,}65\vec{i} + 2{,}58\vec{k}$

$\overrightarrow{OQ}_{QL} = \dfrac{\overrightarrow{CQ}\cdot\overrightarrow{QL}}{|QL|^2}\cdot\overrightarrow{QL}$

$\overrightarrow{OQ}_{QL} = \dfrac{(9{,}65\vec{i} + 2{,}58\vec{k})\cdot(-7{,}071\vec{i} + 10\vec{j} + 7{,}071\vec{k})}{(10\sqrt{2})^2}\cdot(-7{,}071\vec{i} + 10\vec{j} + 7{,}071\vec{k})$

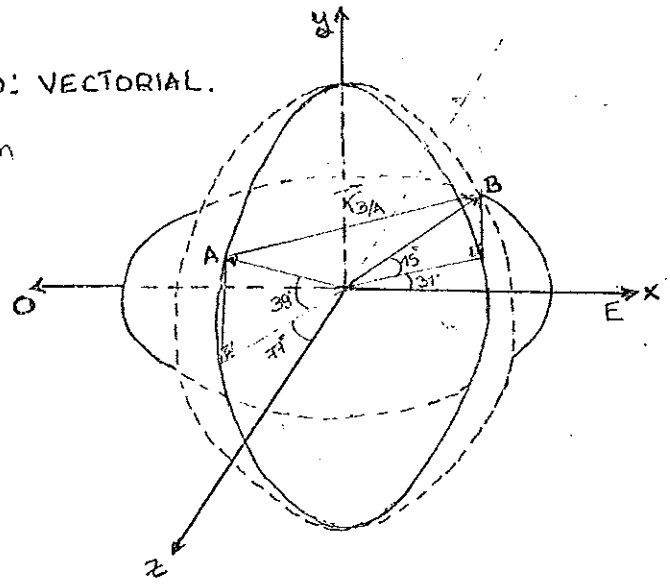
$\overrightarrow{OQ}_{QL} = -1{,}77\vec{i} - 2{,}50\vec{j} - 1{,}77\vec{k}$ //

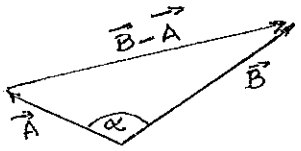
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

20.-Un aviador vuela de Washington a Manila.Determine:El vector desplazamiento,si las latitudes y longitudes de las ciudades son: (39° N; 77°O) y (15°N; 121 ° E) respectivamente.El radio de la tierra es aproximadamente 6370km.

I METODO: VECTORIAL.

$\rho = 6370 Km$





$$\Delta\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$|\Delta\vec{r}_{AB}|^2 = A^2 + B^2 - 2\vec{A}.\vec{B}$$

$$\vec{r}_B = \rho \operatorname{Sen}15\,\vec{j} + (-\rho \operatorname{Cos}15 \operatorname{Sen}31\,\vec{k} + \rho \operatorname{Cos}15 \operatorname{Cos}31\,\vec{i})$$

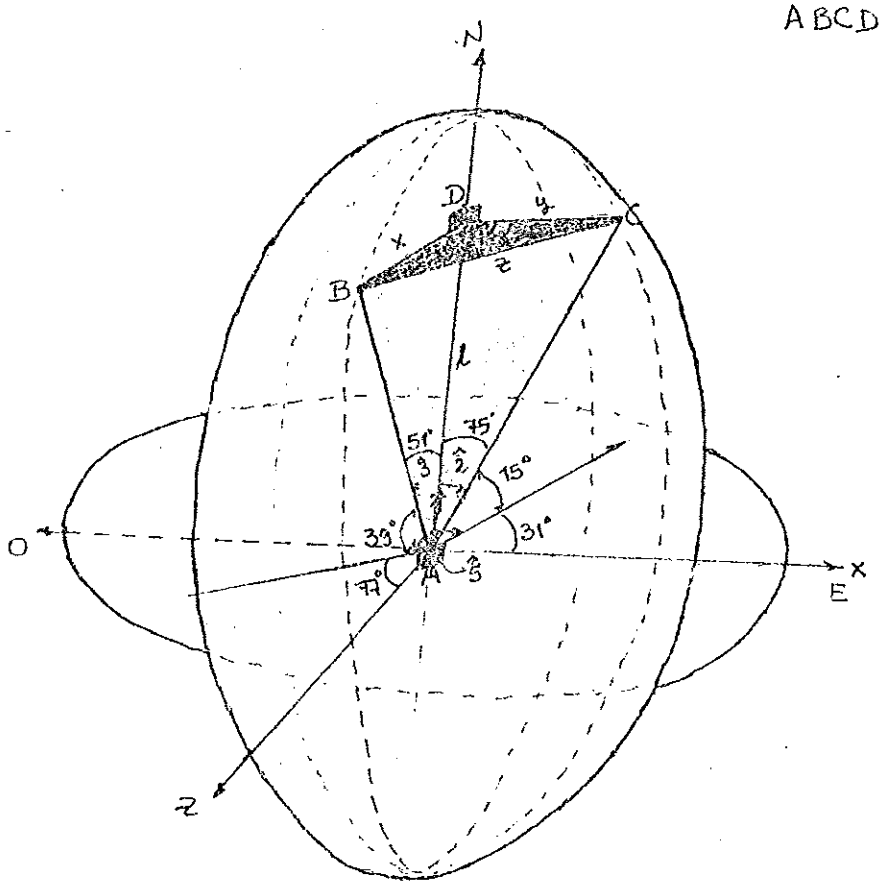
$$\vec{r}_A = \rho \operatorname{Sen}39\,\vec{j} + (\rho \operatorname{Cos}39 \operatorname{Cos}77\,\vec{k} - \rho \operatorname{Cos}39 \operatorname{Sen}77\,\vec{i})$$

$$|\Delta r_{AB}| = \sqrt{6.37^2 + 6.37^2 - 2\{[-4.82, 4, 1.11].[5.274, 1.648, -3.169]\}}$$

$$|\Delta r_{AB}| = 11.22\ [Km] //$$

II MÉTODO: GEOMÉTRICO.

ABCD TRIEDO.



$\hat{5} = 360 - 77 - 121 = 162°$

$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\hat{5}$; $z^2 = AB^2 + AC^2 - 2\overline{AB}\overline{AC}\cos\hat{1}$

$z^2 = l^2\tan^2\hat{3} + l^2\tan^2\hat{2} - 2l^2\tan\hat{3}\tan\hat{2}\cos\hat{5}$ ① $\quad z^2 = \frac{l^2}{\cos^2\hat{3}} + \frac{l^2}{\cos^2\hat{2}} - \frac{2}{\cos\hat{3}\cos\hat{2}}\cos\hat{5}$ ②

① = ②

$$-1 + \frac{1}{\cos^2\hat{3}} - 1 + \frac{1}{\cos^2\hat{2}} - 2\frac{\operatorname{Sen}\hat{3}}{\cos\hat{3}}\cdot\frac{\operatorname{Sen}\hat{2}}{\cos\hat{2}}\cos\hat{5} = \frac{1}{\cos^2\hat{3}} + \frac{1}{\cos^2\hat{2}} - \frac{2}{\cos\hat{3}\cos\hat{2}}\cos\hat{1}$$

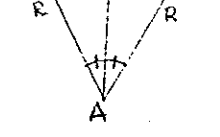
$$-2 - 2\frac{\operatorname{Sen}\hat{3}\operatorname{Sen}\hat{2}\cos\hat{5}}{\cos\hat{3}\cos\hat{2}} = \frac{2\cos\hat{1}}{\cos\hat{3}\cos\hat{2}}$$

$$\cos\hat{3}\cos\hat{2} + \operatorname{Sen}\hat{3}\operatorname{Sen}\hat{2}\cos\hat{5} = \cos\hat{1}$$

$$\hookrightarrow \cos\hat{1} = \cos 51\cos 75 + \operatorname{Sen}51\operatorname{Sen}75\cos 162 = -0{,}551$$

$$\hat{1} = 123{,}47°$$

$\triangle ABC$ Isósceles:



$$\overline{BC} = R\operatorname{Sen}\left(\frac{\hat{1}}{2}\right) + R\operatorname{Sen}\left(\frac{\hat{1}}{2}\right)$$

$$\overline{BC} = 2R\operatorname{Sen}\left(\frac{\hat{1}}{2}\right) = 11{,}22\ [Km]\ //$$

21.-Dados los vectores: $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$, $\vec{B} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$ $\vec{C} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ y $\vec{D} = a\vec{A} - b\vec{B} - c\vec{C}$ .Determinar:
a,b,c, si el vector $\vec{D}$ es la posición de A respecto a B más el vector $\vec{C}$
$(\vec{D} = \vec{P}_{A/B} + \vec{C})$

$$\overrightarrow{A/B} = \vec{A} - \vec{B} = (2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}) - (-2\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k})$$

$$\overrightarrow{A/B} = 4\vec{i} - 3\vec{j} - 9\vec{k}$$

$$\vec{D} = \overrightarrow{A/B} + \vec{C}$$

$$a\vec{A} - b\vec{B} - c\vec{C} = (4\vec{i} - 3\vec{j} - 9\vec{k}) + (4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k})$$

$$a(2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}) - b(-2\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}) - c(4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}) = 8\vec{i} - 5\vec{j} - 12\vec{k}$$

$$(2a + 2b - 4c)\vec{i} + (3a - 6b + 2c)\vec{j} + (-6a - 3b + 3c) = 8\vec{i} - 5\vec{j} - 12\vec{k}$$

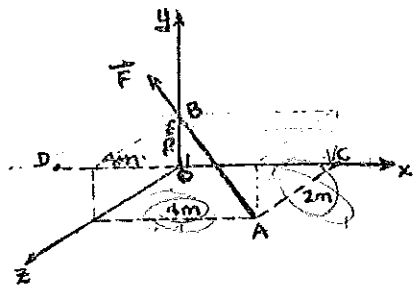
$$8 = 2a + 2b - 4c$$
$$-5 = 3a - 6b + 2c$$
$$-17 = -6a - 3b + 3c$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 2 & -4 \\ -5 & -6 & 2 \\ -12 & -3 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 3 & -6 & 2 \\ -6 & -3 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{8(-6)(3) + (-5)(-3)(-4) + (2)(2)(-12) - ((-12)(-6)(-4) + (-3)(2)(8) + (-5)(2)(3)}{-36 + 36 - 24 - (-144 - 12 + 18)}$$

$$a = 1$$
$$b = 1$$
$$c = -1$$ //

22.-Se tiene una cuerda fija en el punto A y se hala con fuerza de 100N,desde el punto B.Determinar:

22.1.-El vector $\vec{F}$ en términos de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
22.2.-El vector proyección del vector $\vec{F}$ sobre DC.



22.1. $\vec{AB} = -4\vec{i} - 2\vec{K} + 10\vec{j}$

$$\vec{\mu}_{AB} = \frac{-4\vec{i} - 2\vec{K} + 10\vec{j}}{10,95} = -0,365\vec{i} - 0,182\vec{K} + 0,193\vec{j}$$

$$\vec{F} = 100\,\vec{\mu}_{AB} = 100\,(-0,365\vec{i} - 0,182\vec{K} + 0,193\vec{j})$$

$$\vec{F} = -36,5\vec{i} - 18,2\vec{K} + 19,3\vec{j}\ [N]$$

22.2 $\vec{F}_{DC} = \dfrac{\vec{F}\cdot\vec{DC}}{DC^2}\cdot\vec{DC}$

$$\vec{F}_{DC} = \frac{(-36,5\vec{i} + 19,3\vec{j} - 18,2\vec{K})\cdot 8\vec{i}}{8^2}\cdot 8\vec{i}$$

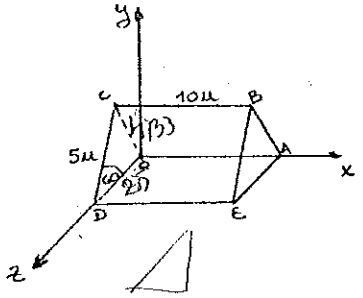
$$\vec{F}_{DC} = -36,5\,\vec{i}\ [m]$$

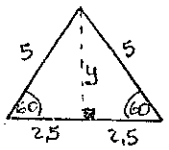
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

23.-En la figura,determinar:

23.1.-El ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{AC}$ Y $\overrightarrow{EC}$.

23.2.-El vector proyección de $\overrightarrow{OC}$ sobre $\overrightarrow{CD}$.





$\frac{y}{2,5} = \tan 60$

$\therefore y = 4,33$

$\cos\theta = \frac{(-10\vec{i}+4,33\vec{j}+2,5\vec{k}).(-10\vec{i}+4,33\vec{j}-2,5\vec{k})}{11,18 \times 11,18}$

$\therefore \theta = 36,10°$

23.1 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{AC} = -10\vec{i} + 4,33\vec{j} + 2,5\vec{k}$

$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{EC} = -10\vec{i} + 4,33\vec{j} - 2,5\vec{k}$

$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{AC}\,\overrightarrow{EC}}{AC.EC}$

23.2. $\overrightarrow{OC} = 4,33\vec{j} + 2,5\vec{k}$

$\overrightarrow{CD} = -4,33\vec{j} + 2,5\vec{k}$

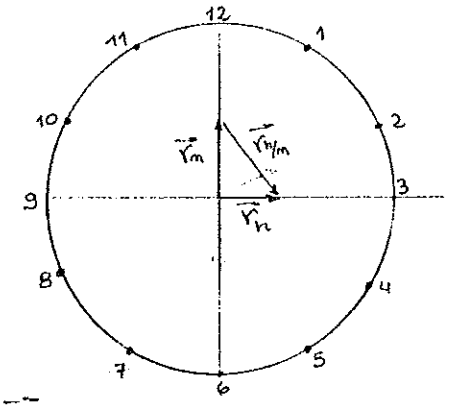
$\overrightarrow{OC}_{CD} = \frac{\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{CD}}{CD^2}.\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{OC}_{CD} = -2,165\vec{j} - 1,25\vec{k}$ //

24.-Si las latitudes del horero y del minutero de un reloj son 10 y 15 cm,respectivamente,determinar la posición del extremo del horero respectoal extremo del minutero,para:

24.1.- Las 3:00 h.

24.2.-Las 2:30 h.



24.1 $\vec{r}_{h/m} = \vec{r}_h - \vec{r}_m$

$\vec{r}_{h/m} = 10\vec{i} - (15\vec{j}) = 10\vec{i} - 15\vec{j}$ [cm]

24.2. $\vec{r}_{h/m} = \vec{r}_h - \vec{r}_m = 10(\cos 30\vec{i} + \operatorname{Sen} 30\vec{j}) - (-15\vec{j})$

$\vec{r}_{h/m} = 8,66\vec{i} + 20\vec{j}$ [cm] //

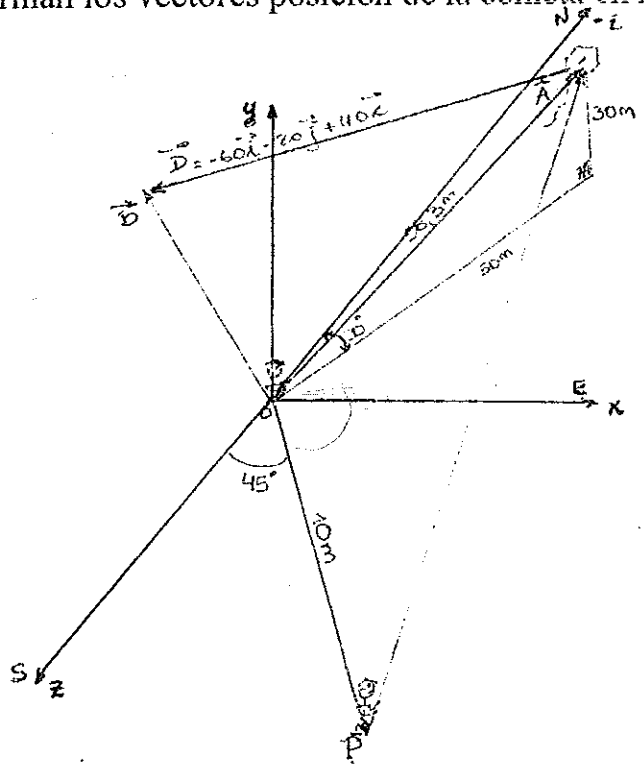
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

25.-Un niño eleva una cometa desde un punto O en el suelo. Cuando ha desenrollado 50 m de piola en la dirección N 20° E y la cometa se encuentra a 30 m sobre el suelo(posición A), el niño se mueve 10m en dirección SE hasta un punto P.Posteriormente el viento obliga a la cometa a realizar un desplazamiento $\vec{D} = -60\vec{i} - 20\vec{j} + 40\vec{k}$ desde la posición A hasta una nueva posición B. Determinar:

25.1.-Cuánta piola tiene que enrollar o desenrollar el niño para ir de 0 a P,de modo que la cometa siga en la posición A?

25.2.-Cuál es la altura de la cometa sobre el suelo cuando se encuentra en la posición B?

25.3.-Qué ángulo forman los vectores posición de la cometa en A y B, respecto al punto P?



25.1

$r_{Az} = 50\cos 20 = 46{,}98$

$r_{Ax} = 50\,\text{Sen}20 = 17{,}10$

$r_{Ay} = 30$

$\vec{r}_A = 17{,}1\vec{i} + 30\vec{j} - 46{,}98\vec{k}$; $|\vec{r}_A| = 58{,}3\ m$

$\vec{r}_{A/P} = \vec{r}_A - \vec{r}_P$

$\vec{r}_P = 7{,}07\vec{i} + 7{,}07\vec{k}$

$\vec{r}_{A/P} = (17{,}1\vec{i} + 30\vec{j} - 46{,}98\vec{k}) - (7{,}07\vec{i} + 7{,}07\vec{k})$

$\vec{r}_{A/P} = 10{,}03\vec{i} + 30\vec{j} - 54{,}05\vec{k}$ [m]

$|\vec{r}_{A/P}| = 62{,}62\ m.$

↳ Tengo que desenrollar : $62{,}62 - 58{,}3 = 4{,}32\ m$

$\therefore$ 4,32 [m].

25.2

$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_D$

$\vec{r}_B = (17{,}1\vec{i} + 30\vec{j} - 46{,}98\vec{k}) + (-60\vec{i} - 20\vec{j} + 40\vec{k})$

$\vec{r}_B = -42{,}9\vec{i} + 10\vec{j} - 6{,}98\vec{k}$ [m]

$H_B = 10$ [m] sobre el suelo.

25.3.

$\vec{r}_{A/P} = \vec{r}_A - \vec{r}_P = (17{,}1\vec{i} + 30\vec{j} - 46{,}98\vec{k}) - (7{,}07\vec{i} + 7{,}07\vec{k})$

$\vec{r}_{A/P} = 10\vec{i} + 30\vec{j} - 54\vec{k}$

$\vec{r}_{B/P} = \vec{r}_B - \vec{r}_P = (-47{,}9\vec{i} + 10\vec{j} - 6{,}98\vec{k}) - (7{,}07\vec{i} + 7{,}07\vec{k})$

$\vec{r}_{B/P} = -50\vec{i} + 10\vec{j} - 14\vec{k}$

$\cos\theta = \dfrac{\vec{r}_{A/P} \cdot \vec{r}_{B/P}}{|\vec{r}_{A/P}| \cdot |\vec{r}_{B/P}|} = \dfrac{(10\vec{i} + 30\vec{j} - 54\vec{k})(-50\vec{i} + 10\vec{j} - 14\vec{k})}{62{,}57 \times 52{,}87}$

↳ $\theta = 80{,}32°$ //

CINEMATICA

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

CINEMATICA:

1.-Si A se mueve con una velocidad $\vec{V}_A$ y Bcon una velocidad $\vec{V}_B$,con qué velocidad le vé A que se mueve B?

I Caso:

$\vec{v}_A$ $\vec{v}_B$

$\vec{v}_{A/B} = v_A\vec{i} - (-v_B\vec{i})$

$\vec{v}_{A/B} = (v_A + v_B)\vec{i}$ //

II Caso:

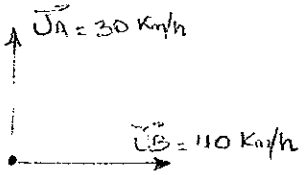
$\vec{v}_A$

$\vec{v}_B$

$\vec{v}_{A/B} = v_A\vec{i} - v_B\vec{i}$

$\vec{v}_{A/B} = (v_A - v_B)\vec{i}$ //

2.-Dos automóviles A y B,parten de un mismo punto;A se dirigen hacia el norte con una velocidad constante de 30 km/h y B hacia el Este con una velocidad constante de 40 km/h.Un pasajero del auto B con qué velocidad le ve que se aleja el auto A?

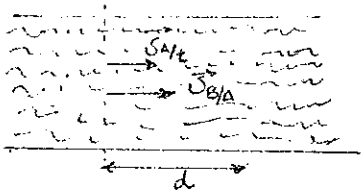


$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

$\vec{v}_{B/A} = 40\vec{i} - 30\vec{j}$ [Km/h]

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

3.-La velocidad de un río hacia la derecha es V_A;un bote puede moverse con una velocidad V_B respecto al agua, $V_B > V_A$ .Determinar:
3.1.-El tiempo que se demora el bote de ir y regresar hasta un punto situado a una distancia d a la izquierda del punto de partida.
3.2.-El vector velocidad media en ese instante.



3.1

$$\vec{v}_{B/t} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/t}$$

$$t_{total} = \frac{d}{v_{B/A} + v_{A/t}} + \frac{d}{v_{B/A} - v_{A/t}}$$

$$t_{total} = \frac{[(v_{B/A} - v_{A/t}) + (v_{B/A} + v_{A/t})]\,d}{(v_{B/A} + v_{A/t})(v_{B/A} - v_{A/t})}$$

$$t_{total} = \frac{2 v_{B/A}\, d}{v_{B/A}^2 - v_{A/t}^2} \;//$$

$$t_{ida} = \frac{d}{v_{B/A} + v_{A/t}}$$

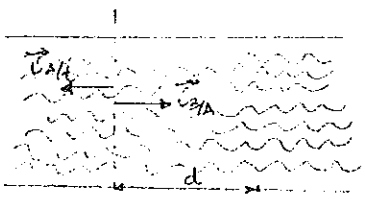
$$t_{regreso} = \frac{d}{v_{B/A} - v_{A/t}}$$

3.2 $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = 0\,\vec{i}$

Velocidad media escalar: $v_m = \frac{2d}{2d\, v_{B/A}/\Delta v} = \frac{v_{B/A}^2 - v_{A/t}^2}{v_{B/A}}$ //

$$v_m = \frac{2d}{t}$$

4.-Un remero que alcanza con su canoa una velocidad de 4 km/h,en aguas remansas,rema contra corriente en un río cuyas aguas tienen una velocidad de 2 km/h.Después de recorrer ½ km aguas,da la vuelta regresando al punto de partida.Determinar el tiempo empleado en la Travesía.



$v_{B/A} = 4$ Km/h

$v_A = 2$ Km/h

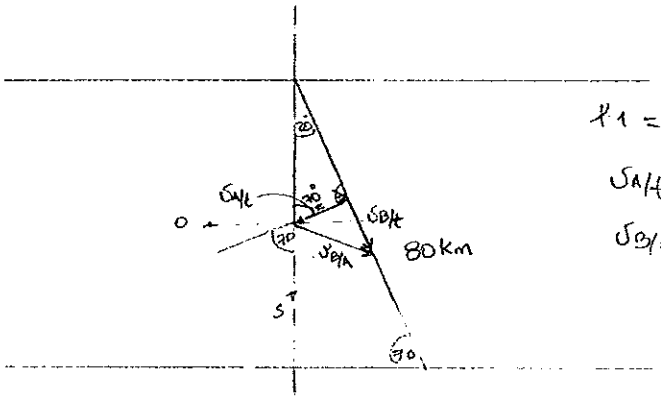
$$t_{ida} = \frac{1/2\ Km}{4\ Km/h - 2\ Km/h} = \frac{0.5\ Km}{2\ Km/h} = 0.25\ h$$

$$t_{regreso} = \frac{1/2\ Km}{4\ Km/h + 2\ Km/h} = \frac{0.5\ Km}{6\ Km/h} = 0.0833\ h$$

$$t_{total} = 0.25\ h + 0.0833\ h = 0.333\ h\ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

5.-La velocidad de un bote a motor en aguas tranquilas es de 55 km/h.Se quiere ir de un lugar a otro situado a una distancia de 80 km en la dirección S 20° E.La corriente en esa región tiene una velocidad de 20 km/h.,en la dirección S 70° O.En qué dirección debe enfilarse el bote y qué tiempo empleará en recorrer esa distancia.?



$\hat{1} = 180 - 70 - 20 = 90°$

$v_{A/t} = 20\ Km/h$

$v_{B/A} = 55\ Km/h$

$v_{B/t} = \sqrt{55^2 - 20^2} = 51,23\ [m/s]$

$\vec{v}_{B/t} = 51,23(\cos 70\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 70\,\vec{j}) = 17,52\,\vec{i} - 48,14\,\vec{j}\ [Km/h]$

$\vec{v}_{A/t} = 20(-\cos 20\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 20\,\vec{j}) = -18,79\,\vec{i} - 6,84\,\vec{j}\ [Km/h]$

$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = (17,52\,\vec{i} - 48,14\,\vec{j}) - (-18,79\,\vec{i} - 6,84\,\vec{j})$

$\vec{v}_{B/A} = 36,31\,\vec{i} - 41,3\,\vec{j}$

$\hat{\beta} = \tan^{-1}\left(\frac{41,3}{36,31}\right) = 48,68°$ $\qquad \vec{v}_{B/A} = (55\ Km/h;\ S\,41,32°\,E)$ //

$\Rightarrow 90 - \hat{\beta} = 41,32°.$

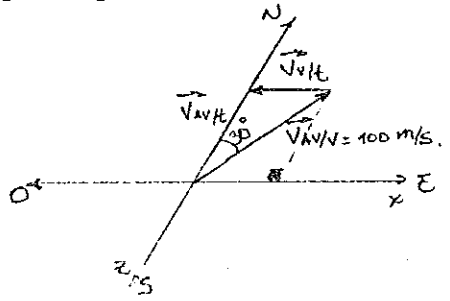
$t_{empleado} = \frac{d}{v_{B/t}} = \frac{80\ Km}{51,23\ Km/h} = 1,56\ h$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.-Un avión desea volar hacia el Norte;sus motores le impulsan a razón de 100 m/seg en dirección N 30° E .Calcular:

6.1.-El valor mínimo de la velocidad del viento para que el avión se dirija hacia el Norte.Haga un gráfico.

6.2.-Un pasajero que se encuentra dentro del avión,como "vería" la velocidad con que llega al avión el viento en términos de los unitarios , $\vec{i}$, $\vec{j}$.

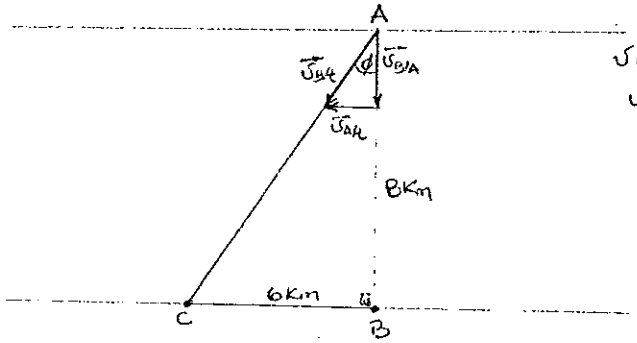


6.1 $\vec{V}_{V/t} = V_{AV/V}\, Sen30^\circ\,(-\vec{i}) = -50\vec{i}$ [m/s] //

6.2 $\vec{V}_{V/AV} = \vec{V}_V - \vec{V}_{AV}$

$\vec{V}_{V/AV} = -50\vec{i} - (-86{,}6\vec{k}) = -50\vec{i} + 86{,}6\vec{k}$ [m/s] //

7.-Dos puntos A y B,están directamente opuestos en las orillas de un río cuya anchura es de 8 km y el agua fluye con la velocidad de 4 km/h.Un hombre situado en A desea ir a un punto C,que está situado 6 km aguas arriba de B.Si el barco puede navegar con la velocidad máxima de 10 km/h;y si desea llegar a C en el menor tiempo posible.Determinar la dirección que se debe tomar y el tiempo que empleará.



$V_{B/t}$ = 10 Km/h

$V_{A/t}$ = 4 Km/h

$\vec{V}_{B/t} = \vec{V}_{B/A} + \vec{V}_{A/t}$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{10}\right) = 21.8^\circ$

$V_{B/t} = \sqrt{4^2 + 10^2} = 10{,}77$

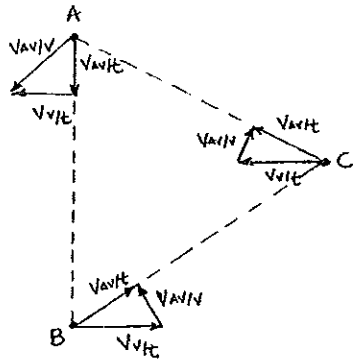
$\vec{V}_{B/t} = (10{,}77\ ;\ S\ 21.8^\circ\ O)$

$t_{empleado} = \frac{d}{V_{B/t}} = \frac{\sqrt{8^2+6^2}}{10{,}77} = 0{,}92\,h$

$t_{empleado} = 55{,}2$ min //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Un piloto con su avión desea sobrevolar tres puntos de observación A, B,C, distantes entre sí 100 km.La máxima velocidad que desarrolla el avión en aire tranquilo es de 400 km/h.Se informa al piloto que sobre toda la zona existen vientos de 80 km/h en dirección Este.
Calcular el menor tiempo en recorrer las distancias AB-BC-CA..Ver figura 1.



$V_{AV/V} = 400\ Km/h$

$V_{V/t} = 80\ Km/h$

A-B

$V_{AV/t} = \sqrt{400^2 - 80^2} = 391,91\ Km/h$

$t = \frac{d}{V_{AV/t}} = \frac{100}{391,91} = 0,255\ h$

$t_{AB} = 15,30\ min$ //

B-C

$V_{AV/V}^2 = V_{AV/t}^2 + V_{V/t}^2 - 2 V_{AV/t}.V_{V/t}.Cos30°$

$400^2 = V_{AV/t}^2 + 80^2 - 2 V_{AV/t}.80 Cos30$

$V_{AV/t}^2 - 138,56 V_{AV/t} - 153600 = 0$

$V_{AV/t} = \frac{138,56 \pm \sqrt{138,56^2 - 4(-153600)}}{2}$

$V_{AV/t} = 467,27\ [Km/h]$

$t_{BC} = \frac{100}{467,27} = 0,214\ h$

$t_{BC} = 12,84\ min$ //

C-A :

$V_{AV/V}^2 = V_{AV/t}^2 + V_{V/t}^2 - 2 V_{AV/t}.V_{V/t}.Cos30$

$V_{AV/t}^2 - 138,56 V_{AV/t} - 153600 = 0$

$V_{AV/t} = 467,27\ [Km/h]$

$t_{CA} = 12,84\ min$ //

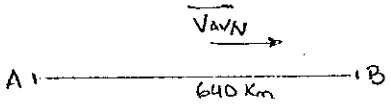
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Considérese un avión cuya rapidez con respecto al aire es 320 km/h.En su programa hay un viaje redondo entre dos puntos A y B que distan 640 km/h.Desprecie el tiempo entre despegar,parar y volver.

9.1.-Cuánto tiempo le llevará hacer el viaje en un día con el aire en calma.
9.2.-Cuánto tiempo le llevará en un día en que el viento sopla constantemente a 30 km/h de B a A ?

9.3.-Realice un gráfico en cada caso.

9.1



$\hat{V}_{V/t} = 0$

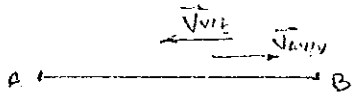
$\vec{V}_{AV/t} = \vec{V}_{AV/V} + \vec{V}^{0}_{V/t}$

$V_{AV/t} = 320$ Km/h

$t_{ida} = \frac{640\ Km}{320\ Km/h} = 2h$

$t_{total} = t_{ida} + t_{regreso} = 4h.$

9.2

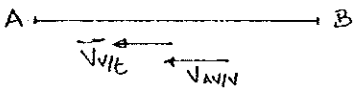


De AB :

$\vec{V}_{AV/t} = \vec{V}_{AV/V} + \vec{V}_{V/t}$

$\vec{V}_{AV/t} = 320\vec{i} - 30\vec{i} = 290\vec{i}$ [Km/h]

$t_{ida} = \frac{640}{290} = 2,2h$



De BA :

$\vec{V}_{AV/t} = \vec{V}_{AV/V} + \vec{V}_{V/t}$

$\vec{V}_{AV/t} = -320\vec{i} - 30\vec{i} = -350\vec{i}$

$t_{regreso} = \frac{640}{350} = 1,82h$

$t_{total} = t_{ida} + t_{regreso}$

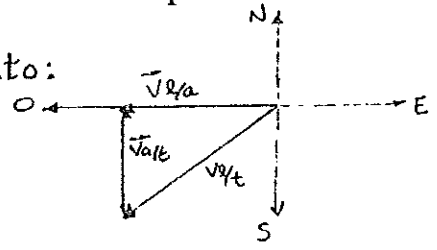
$t_{total} = 4,02h$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

10.-Una lancha es impulsada por su motor con una velocidad de 10 km/h hacia el Oeste,la corriente en la región tiene una velocidad de 5 km/h,en dirección Sur; el viento empuja la embarcación con una velocidad de $3\sqrt{2}$ km/h hacia el N-O.Determinar:

10.1.-La velocidad de la lancha respecto al agua.
10.2.-La velocidad de la lancha,suponiendo que deje de soplar el viento.
10.3.-La velocidad de la lancha respecto a tierra.

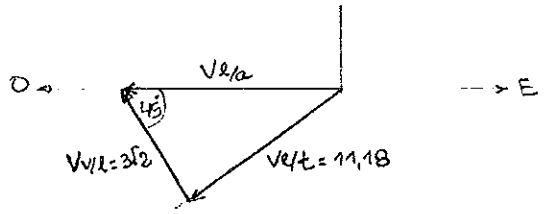
10.1 Sin el viento:



$$V_{l/t} = \sqrt{V_{l/a}^2 + V_{a/t}^2}$$

$$V_{l/t} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11{,}18 \text{ Km/h}$$

Con el viento:



$$11{,}18^2 = (3\sqrt{2})^2 + V_{l/a}^2 - 2(3\sqrt{2})(V_{l/a})\cos 45°$$

$$V_{l/a}^2 - 6V_{l/a} - 107 = 0$$

$$V_{l/a} = 13{,}77 \text{ [Km/h]} //$$

10.2 $\vec{V}_{l/a} = -10\vec{i}$ [Km/h]

10.3 Sin el viento:

$$\vec{V}_{l/t} = 11{,}18(-\cos 26{,}56\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 26{,}56\,\vec{j})$$

$$\vec{V}_{l/t} = -10\vec{i} - 5\vec{j} \text{ [Km/h]} //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Un hombre camina sobre una lancha con una velocidad de 4 km/h hacia el Oeste; la hélice de la lancha la lleva a 15 km/h,hacia el N-E,la marea y el viento llevan la embarcación a 5 km/h,hacia el Sur.Determinar:

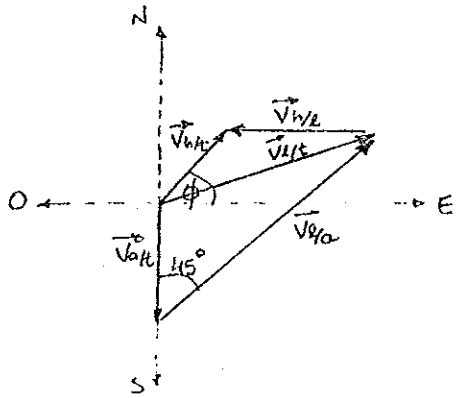
11.1.-La velocidad relativa del hombre respecto a tierra.

11.2.-La dirección de su velocidad.

$\vec{v}_{h/l} = 4$ Km/h

$\vec{v}_{l/a} = 15$ Km/h

$\vec{v}_{a/t} = 5$ Km/h



11.1

$\vec{v}_{h/t} = \vec{v}_{h/l} + \vec{v}_{l/t}$ ①

$\vec{v}_{l/t} = \vec{v}_{a/t} + \vec{v}_{l/a}$ ②

$\vec{v}_{h/t} = -4\vec{i} + \vec{v}_{l/t}$

$\vec{v}_{l/t} = -5\vec{j} + 15(\cos 45\,\vec{i} + \operatorname{Sen} 45\,\vec{j})$

$\vec{v}_{l/t} = 10.6\,\vec{i} + 5.6\,\vec{j}$ ② en ① :

$\Rightarrow \vec{v}_{h/t} = -4\,\vec{i} + (10.6\,\vec{i} + 5.6\,\vec{j})$

$\vec{v}_{h/t} = 6.6\,\vec{i} + 5.6\,\vec{j}$ [Km/h]

11.2.

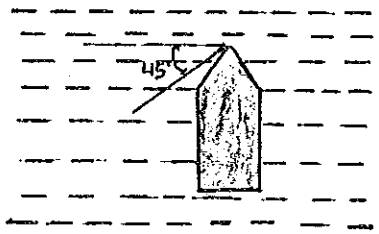
$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{5.6}{6.6}\right) = 40.31°$$

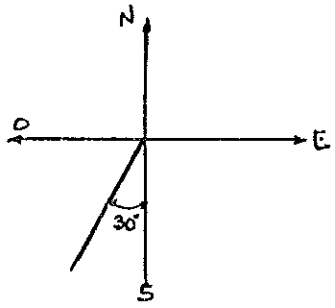
E 40.31° N

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

12.-La bandera situada en un mastil de un bote de vela flamea haciendo un ángulo de 45°, como se muestra en la figura,pero la bandera situada en una casa a la orilla se extiende 30° al suroeste.Si la velocidad del bote es de 10 km/h.Determinar:

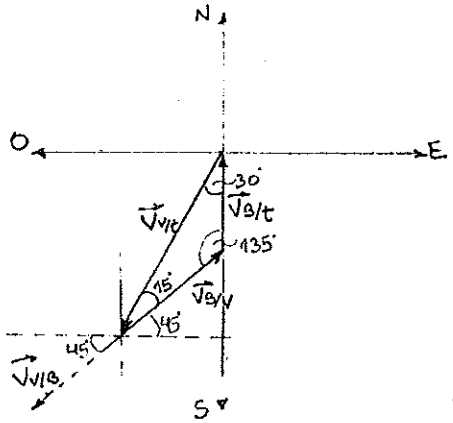
12.1.-La velocidad del viento.
12.2.-La velocidad relativa del viento con respecto a un pasajero del bote.





12.1

$\vec{V}_{B/t} = \vec{V}_{B/v} + \vec{V}_{v/t}$



LEY SENO:

$$\frac{V_{B/t}}{Sen15} = \frac{V_{B/v}}{Sen30}$$

$$\frac{V_{B/t}}{Sen15} = \frac{V_{v/t}}{Sen135}$$

$V_{B/v} = 19,31$ [Km/h]

$V_{v/t} = 27,32$ Km/h

$\vec{V}_{v/t} = 27,32\,(-Cos60\,\vec{i} - Sen60\,\vec{j}) = -13,66\,\vec{i} - 23,65\,\vec{j}$ [Km/h]

12.2

$\vec{V}_{v/B} = 19,31\,(-Cos45\,\vec{i} - Sen45\,\vec{j})$

$\vec{V}_{v/B} = -13,65\,\vec{i} - 13,65\,\vec{j}$ [Km/h]

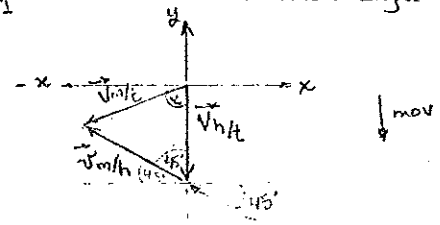
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.-Un hobre bote,de pie en un ascensor, que se mueve con una rapidez constante $V_A = 4m/s$,observa que una mosca se le acerca desde el suelo con una velocidad de rapidez 5,66(m/s) y ángulo de depresión de 45°.Determinar el vector velocidad de la mosca respecto a tierra.

13.1.-Cuando el ascensor baja.

13.2.-Cuando el ascensor sube.

13.1 Cuando el ascensor baja

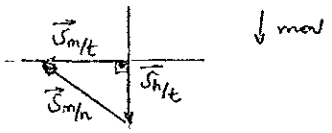


$V_{m/t}^2 = V_{m/h}^2 + V_{h/t}^2 - 2V_{m/h}.V_{h/t}.\cos 45$

$V_{m/t}^2 = 5,66^2 + 4^2 - 2(5,66)(4)\cos 45°$

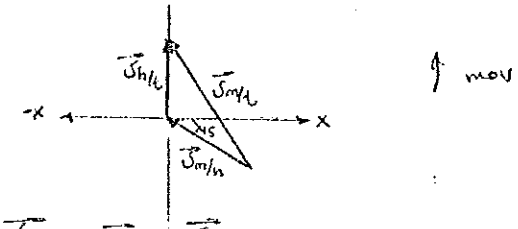
$V_{m/t} = \sqrt{16,01} = 4\ m/s.$

$\cos\alpha = \frac{4^2+4^2-5,66^2}{2\cdot4\cdot4} \Rightarrow \alpha = 90°$



$\vec{V}_{m/t} = -4\vec{i}\ (m/s)$

13.2 Cuando Sube:

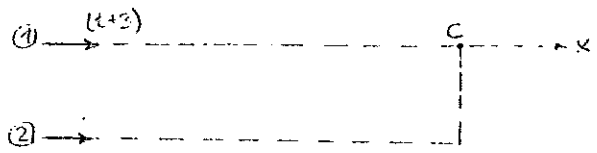


$\vec{V}_{m/t} = \vec{V}_{h/t} + \vec{V}_{m/h}$

$\vec{V}_{m/t} = 4\vec{j} + (-4\vec{i} + 4\vec{j})$

$\vec{V}_{m/t} = -4\vec{i} + 8\vec{j}\ [m/s]$ //

14.-Un tren de carga que va a 42(km/h) es seguido 3 horas después por un tren de pasajeros,que parten del mismo punto inicial,y tiene una velocidad de 60 km/h .En cuántos horas el tren de pasajeros alcanzará al de carga y a qué distancia del punto de partida?



TREN 1:

$x_1 = v_{x1}.(t+3)$

TREN 2:

$x_2 = v_{x2}.t$

$x_1 = x_2$

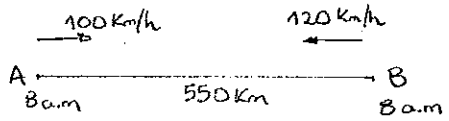
$42(t+3) = 60t$

$126 = 18t$

$t = 7h$

$x_1 = 420\ [km]$ Desde el punto de partida.

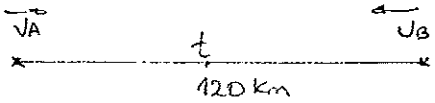
15.-Un tren de carga que va a 100 km/h pasa por A en el mismo instante que otro tren que va a 120 km/h pasa por B y van el uno hacia el otro.La distancia entre los puntos A y B es 550km.A qué distancia del punto A se encuentrarán y a qué hora si los trenes pasan por A y B a los 8 a.m?



$d_A = V_A t_A$ $\qquad d_B = v_B t_B$

$$d_1 + d_2 = 550$$
$$100t + 120t = 550$$
$$220t = 550$$
$$t = 2{,}5h$$
$$d_A = 100 \times 2{,}5 = 250\ [Km]$$

16.-La distancia entre los puntos A y B es de 120 km.Un tren de pasajeros sale de A hacia B y al mismo instante sale un tren de carga de B hacia A.El tren de pasajero llega a B,una hora después de haberse cruzado con el de carga, y el tren de carga llega a A dos horas y cuarto después de haberse cruzado con el pasajeros.Determinar las velocidades de los trenes y el punto de encuentro respecto a A.



$$120 = v_A t + v_B t$$
$$120 = v_A (t+1)$$
$$120 = v_B (t+2{,}25)$$

$$120 = \frac{120}{(t+1)} t + \frac{120}{(t+2{,}25)} t$$

$$1 = \frac{t}{(t+1)} + \frac{t}{(t+2{,}25)}$$

$$(t+1)(t+2{,}25) = t(t+2{,}25) + t(t+1)$$
$$t^2 + 2{,}25t + t + 2{,}25 = t^2 + 2{,}25t + t^2 + t$$
$$t^2 = 2{,}25$$
$$t = 1{,}5h$$

$$v_A = \frac{120}{1{,}5+1} = 48\ [km/h]$$

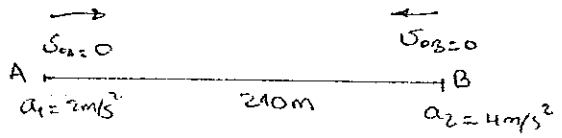
$$v_B = \frac{120}{1{,}5+2{,}25} = 32\ [km/h]$$

$$d_A = v_A t = 48 \times 1{,}5 = 72\ [km]$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

17.-Dos moviles parten simultáneamente desde los extremos A y B de una trayectoria rectilínea d longitud 210 metros .Los movimientos de ambos,de sentido contrarios,son uniformemente acelerados sin velocidad inicial(Vo=0) siendo los valores de las aceleraciones $a_1 = 2m/s^2$ y $a_2 = 4m/s^2$ respectivamente.

Determinar el tiempo que transcurre hasta el encuentro y el punto de encuentro.



$$210 = \frac{1}{2}a_1t^2 + \frac{1}{2}a_2t^2$$

$$210 = \frac{1}{2}(2)t^2 + \frac{1}{2}(4)t^2$$

$$210 = t^2 + 2t^2$$

$$3t^2 = 210$$

$$t = \sqrt{\frac{210}{3}} = 8,36\ s$$

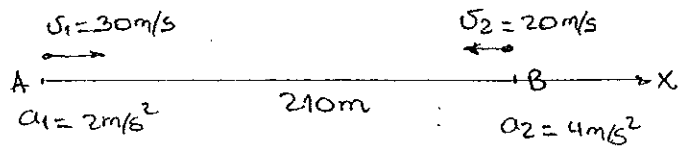
$$t = 8,36\ [s]$$

$$x_A = \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2}(2)(8,36)^2 = 69,88\ m$$

$$\hookrightarrow x_A = 69,88\ [m]\ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

18.-Si en el problema anterior,las velocidades iniciales de los móviles A y B son respectivamente $V_1 = 30m/s$ y $V_2 = 20m/s$ y las demás condiciones son iguales;determinar el espacio que recorre el primer móvil y el tiempo transcurrido.



$$X_A = v_{1x}t + \frac{1}{2}a_{1x}t^2 \rightarrow X_A = 30t + t^2$$

$$X_B = v_{2x}t + \frac{1}{2}a_{2x}t^2 \rightarrow X_B = 20t + 2t^2$$

$$X_A + X_B = 210$$

$$30t + t^2 + 20t + 2t^2 = 210$$

$$3t^2 + 50t - 210 = 0$$

$$t = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \times 3 \times 210}}{6}$$

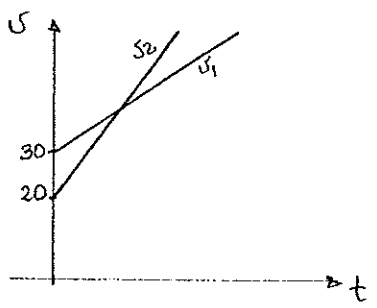
$$t = \frac{-50 \pm 70,85}{6}$$

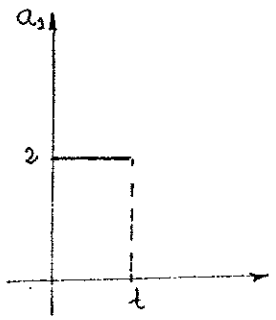
$$t = 3,47 \text{ seg}$$

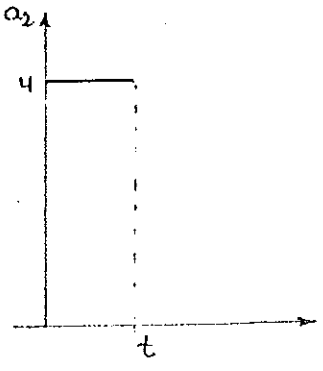
$$X_A = 30 \times 3,47 + 3,47^2 = 116,14 [m]$$

$$X_A = 116,4 [m] //$$

$v_1 = 30 + 2t$, $v_2 = 20 + 4t$



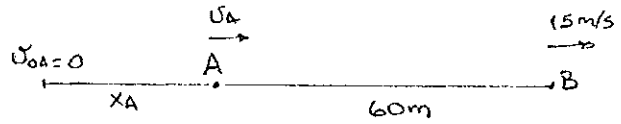




RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

19.-Un vehículo se mueve sobre una recta con una aceleración constante.Cubre una distancia de 60 metros entre dos puntos A y B en 3 segundos.Al pasar el segundo punto (B) se movía a razón de 15 m/s.Determinar:

19.1.-El valor de la aceleración.
192.-A que distancia del primer punto (A) el carro se encontraba en reposo.



19.1

$$v_B = v_A + a t_{AB}$$

$$15 = v_A + 3a \quad (1)$$

$$x_{AB} = v_A t_{AB} + \frac{1}{2} a t_{AB}^2$$

$$60 = v_A(3) + \frac{1}{2} a (3^2) \quad (2)$$

(1) en (2):

$$60 = 3v_A + \frac{1}{2}\left(\frac{15 - v_A}{3}\right) \cdot 9$$

$$37{,}5 = 1{,}5 v_A$$

$$v_A = 25 \text{ (m/s)}$$

$$a = \frac{15 - v_A}{3} = -3{,}33 \text{ m/s} \quad //$$

19.2

$$x_A = \cancel{v_{0A}}^{0} t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_A = \cancel{v_{0A}}^{0} + at$$

$$x_A = \frac{1}{2}\left(\frac{v_A}{a}\right)^2 \cdot a = \frac{1}{2}\frac{v_A^2}{a}$$

$$x_A = \frac{1}{2}\frac{25^2}{3{,}33} = 93{,}8 \text{ m}$$

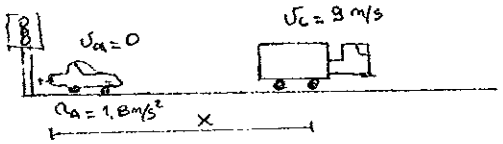
$\hookrightarrow x_A = 93{,}84$ [m] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

20.-En el instante en que la señal luminosa del tráfico cambia a verde,un automóvil que ha estado esperando en una parada arranca con una aceleración contante de 1,8 m/s^2.En el mismo instante un camión que lleva una velocidad constante de 9 m/s^2,alcanza y pasa al automóvil.

20.1.-A qué distancia del punto de partida adelentará el automóvil al camión?

20.2.-Qué velocidad tendrá en ese instante?



$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2$

$x_c = v_c t$

$x_A = x_c$

$\frac{1}{2}(1,8)t^2 = 9t$

$0,9t^2 = 9t$

$t = 10 seg$

20.1)

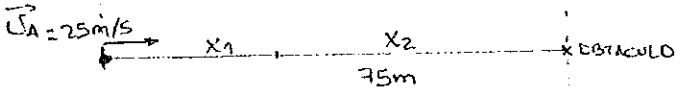
$x_A = \frac{1}{2}(1,8)\times 10^2 = 90 [m]$

20.2) $v_A = v_{0A}^{0} + a_A t$

$v_A = 1,8 \times 10 = 18 m/s$

$\hookrightarrow v_A = 18 m/s$ ✓

21.-Un conductor maneja un vehículo a una velocidad de 25 m/s.Cuando se encuentra a 75 metros de un obstáculo,lo vé pero tarda medio segundo en aplicar los frenos y se detiene en 5 segundos luego de haber aplicado los frenos.Demuestre si choca o nó con el obstáculo.



x_1 : distancia de retardo

$x_1 = v_{Ax} \cdot t_1 = 25 \times \frac{1}{2} = 12,5 [m]$

$v_f^{0} = v_A - a t_2$

$a = \frac{v_A}{t_2} = \frac{25}{5} = 5 m/s^2$

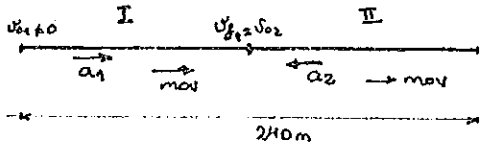
$x_2 = v_{0A} t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = 25 \times 5 - \frac{1}{2} \times 5 (5^2) = 62,5 [m]$

$x_A = x_1 + x_2 = 75 [m]$

$\rightarrow \therefore$ Choca con el obstáculo. ✓

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

22.-Un móvil tiene una velocidad constante de 24 m/s.acelera a razón de $2 m/s^2$ durante un cierto tiempo t.En este punto frena a razón de $4 m/s^2$ hasta que el móvil se detiene.Si el espacio total recorrido por el móvil es de 240 metros determinar el valor del tiempo t.



$v_{f_1} = v_o + at_1$ $\qquad$ $v_{f_2} = v_{o_2} + at_2$

$v_{f_1} = 24 + 2t_1 = v_{o_2}$ $\qquad$ $0 = 24 + 2t_1 - 4t_2$

$t_2 = \frac{24+2t_1}{4} = 6 + \frac{t_1}{2}$

$240 = x_1 + x_2$

$x_1 = 24t_1 + \frac{1}{2}(2)t_1^2$

$x_2 = (24+2t_1)t_2 - \frac{1}{2}(4)t_2^2$

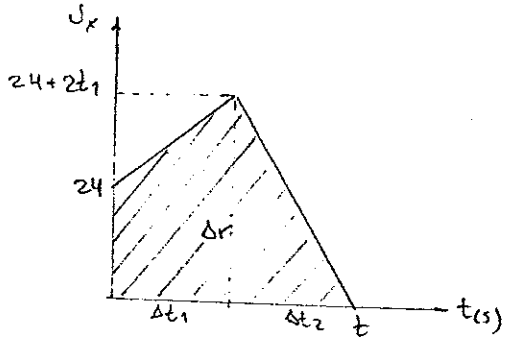
$240 = 24t_1 + \frac{1}{2}(2)t_1^2 + (24+2t_1)t_2 - \frac{1}{2}(4)t_2^2$

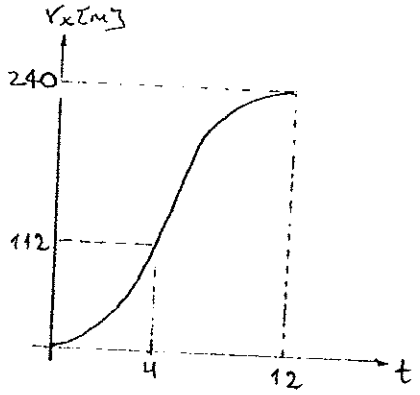
$240 = 24t_1 + t_1^2 + (24+2t_1)(6+\frac{t_1}{2}) - 2(6+\frac{t_1}{2})^2$

$3t_1^2 + 72t_1 - 336 = 0$ $\qquad$ ↳ $1.5t_1^2 + 36t_1 - 168 = 0$

↳ $t_1 = 4$ seg.

otra manera.





$\Delta r = 240$

$\left(\frac{24+24+2t_1}{2}\right)\Delta t_1 + \frac{1}{2}(24+2t_1)t_2 = 240$

$24t_1 + t_1^2 + (12+t_1)(6+\frac{t_1}{2})^2 = 240$

$1.5t_1^2 + 36t_1 - 168 = 0$

↳ $t_1 = 4$ seg $\qquad$ $t_2 = 8$ seg

$t_{total} = 12$ [seg]

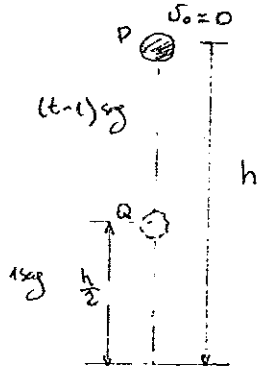
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

23.-Un cuerpo se deja caer libremente y recorre durante el último segundo de su caída la mitad del camino total.

Determinar:

23.1.-El tiempo total de caída.

23.2.-La altura total de caída.



23.1 $h = \frac{1}{2} g t^2$ ①

$\overline{PQ} = \frac{h}{2} = \frac{1}{2} g (t-1)^2$

$\hookrightarrow h = g(t-1)^2$ ②

① = ②

$\frac{1}{2} g t^2 = g(t-1)^2$

$t^2 = 2(t-1)^2$

$t^2 - 4t + 2 = 0$

$t = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2}$

$t = \frac{4 \pm 2,828}{2}$

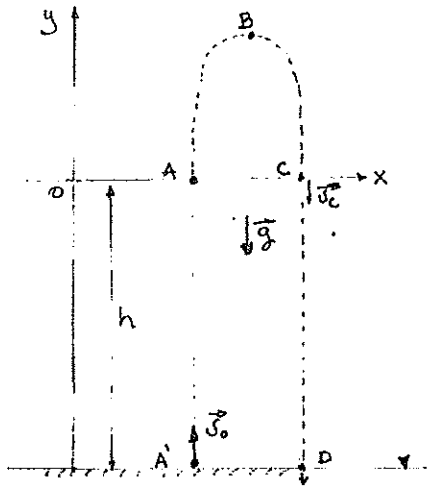
$t = \frac{4 + 2,828}{2} = 3,41$ seg

23.2

$\hookrightarrow h = \frac{1}{2} g (3,41)^2 = 56,97$ [m]

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

24.-Una persona lanza verticalmente una pelota desde la base de un edificio con una cierta velocidad inicial.Otra persona que se halla en el punto más alto del mismo edificio observa que la pelota se demora en pasar por su puesto de observación dos segundos y de la misma manera dos segundos más tarde pasa nuevamente,pero de bajada. Determine la altura del edificio.



$A'A = 2\,seg$

$AC = 2\,seg \Rightarrow AB \simeq BC = 1\,seg$

$v_B^{\nearrow 0} = v_A - g t_{AB} \Rightarrow v_A = g t_{AB} = 10 \times 1 = 10\ m/s.$

$v_A = v_C$

$\Delta\vec{r}_y = \vec{v}_{oy} t + \frac{1}{2}\vec{g} t^2$

$\Delta\vec{r}_y = -10\vec{j} \times 2 - 5\vec{j} \times 4 = -40\vec{j}\ [m]$

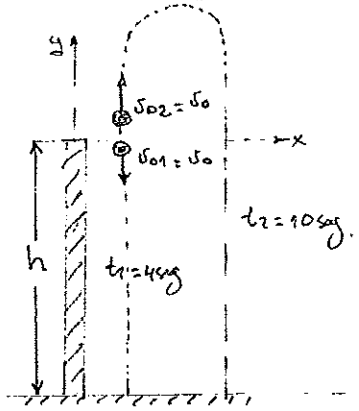
$\Rightarrow h = 40\ [m]$ //

25.-Una pelota es lanzada verticalmente hacia abajo con una cierta velocidad inicial Vo desde lo alto de un precipicio,utilizando 4 segundos en llegar al fondo.Una segunda pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con la misma velocidad Vo,utilizando 10 segundos en llegar al fondo del precipicio.Determinar:

25.1.-La velocidad Vo con la que fueron lanzadas las pelotas.

25.2.-La altura del precipicio.

25.1



PELOTA 1 :

$-h = -v_o \times 4 - 5 \times 4^2$

PELOTA 2:

$-h = v_o \times 10 - 5 \times 10^2$

① : ②

$-4v_o - 80 = 10v_o - 5 \times 10^2$

$14 v_o = -80 + 5 \times 10^2$

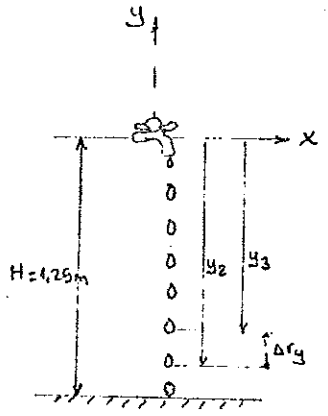
$v_o = 30\ m/s.$ //

25.2

$h = 4v_o + 5 \times 4^2 = 200\ [m]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

26.-De un grifo de agua cae 480 gotas por cada minuto.Si cada gota demora 0,5 segundos en llegar al suelo;cuando la primera gota toque el suelo determine la distancia que separa a la segunda y tercera gotas.



480 gotas —— 60 seg

1 gota —— x

↳ $x = \frac{1}{8}$ seg ⇝ tiempo entre gotas.

c/gota = 0,5 seg en caer al suelo

$H = \frac{1}{2} g t_{0,5}^2 = 1,25\ [m]$

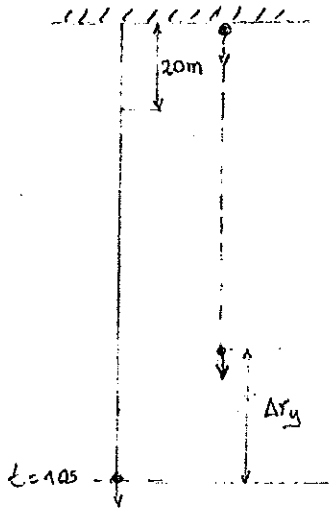
$y_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = \frac{1}{2}(10)(0,5-0,125)^2 = 0,70\ [m]$

$y_3 = \frac{1}{2} g t_3^2 = \frac{1}{2}(10)(0,5-0,125-0,125)^2 = 0,31\ [m]$

$\Delta r_y = y_2 - y_3 = 0,39\ [m]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

27.- Desde la terraza de un edificio bien alto construído en una estación lunar se deja caer un objeto verticalmente,5 segundos más tarde al pasar este objeto por una ventana situada de 20 metros más abajo,se deja caer un segundo objeto desde la misma terraza.Qué distancia se encontrarán separados los dos objetos,cuando el primero ha caído 10 segundos?



$20 = 5t^2$

$t = 2\,seg$

Como dejo caer 5 segundos más tarde

$\Rightarrow t_2 = 5-2 = 3\,seg$

$y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

$y_2 = \frac{1}{2}g(t-3)^2 = 5(t-3)^2$

$\Delta r_y = y_1 - y_2$

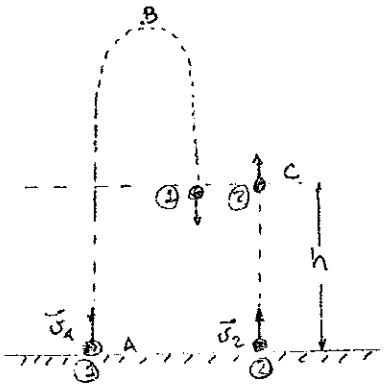
$\Delta r_y = 5t^2 - 5(t-3)^2 \quad |\ para\ t = 10\,seg$

$\Delta r_y = 255\,[m]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

28.-Se lanza dos cuerpos verticalmente hacia arriba,con la misma velocidad inicial,pero separados 4 segundos.

28.1.-Qué tiempo transcurrirá desde que se lanzó el primero para que se vuelva a encontrar?
28.2.-A qué distancia por encima del suelo se encontrarán?
28.3.-Las velocidades de cada uno en el momento del encuentro?
Vo=30 m/s.



1 PIEDRA:

$V_f = V_o - gt'$

$t' = \frac{V_o}{g} = \frac{30}{10} = 3\,seg = t_{AB}$

$\overline{AB} = \frac{V_o^2}{2g} = \frac{30^2}{2\times10} = 45m$

2 PIEDRA:

$t_{AC} = t_{AB} + t_{BC} - 4$

$t_{AC} = 3 + t_{BC} - 4$

$t_{AC} = t_{BC} - 1$

$\overline{AC} = V_o t_{AC} - \frac{1}{2} g t_{AC}^2$

$\overline{AC} = 30(t_{BC}-1) - 5(t_{BC}-1)^2$

$\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{AC}$

$45 - 5t_{BC}^2 = 30(t_{BC}-1) - 5(t_{BC}-1)^2$

$45 - 5t_{BC}^2 = 30t_{BC} - 30 - 5(t_{BC}^2 - 2t_{BC} + 1)$

$45 - 5t_{BC}^2 = 30t_{BC} - 30 - 5t_{BC}^2 + 10t_{BC} - 5$

$80 = 40\,t_{BC}$

$\hookrightarrow t_{BC} = 2\,seg$

28.1) $t_{Total} = (3+2)seg = 5\,seg$ //

28.2) $h = \overline{AB} - \overline{BC}$

$h = 45 - 5\times2^2 = 25\,[m]$ //

28.3) $V_1 = V_A - gt_1$

$V_1 = 30 - 10\times5 = -20\,m/s$ //

$V_2 = V_{02} - gt_2$

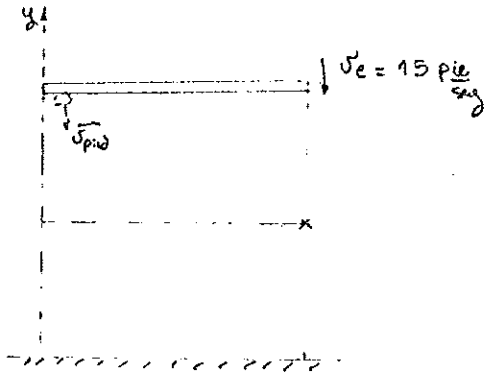
$V_2 = 30 - 10\times1 = 20\,m/s$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

29.-Una plataforma de un elevador se mueve hacia abajo con velocidad uniforme de 15 pies/seg,cuando la plataforma topa una piedra que sobresale de la pared del pozo provocando su caída.Suponiendo que la piedra parte del reposo,Determinar:

29.1.-La distancia que habrá recorrido la piedra cuando alcanza la plataforma.

29.2.-El tiempo transcurrido.



Plataforma:

$h_e = v_e \cdot t = 15t$ ①

Piedra:

$h_{pied} = \frac{1}{2} g t^2$ ②

① = ②

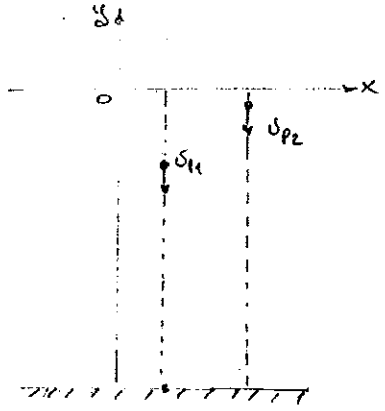
$15t = \frac{1}{2} g t^2$

$t = \frac{30}{g} = \frac{30}{32,1} = 0,93 \text{ seg}$

29.1) $h_{piedra} = \frac{1}{2}(32,1)(0,93)^2 = 14 \text{ pies}$ //

29.2) $t = 0,93 \text{ seg}$ //

30.-Se deja caer una piedra desde un elevado precipicio,y un segundo más tarde es lanzada otra piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 18 m/s.A qué distancia por debajo del punto más alto del precipicio,alcanzará la segunda piedra a la primera?



① = ②

$\frac{1}{2} g t^2 = 18(t-1) + \frac{1}{2} g (t-1)^2$

$\frac{1}{2} g t^2 = 18t - 18 + \frac{1}{2} g t^2 - gt + 5$

$8t = 13$

$\hookrightarrow t = 1,62 \text{ seg}$

$\therefore y_{P2} = 13 \text{ [m]}$ //

1 PIEDRA:

$S_{P1} = S_{oP1}^{0} + gt$

$y_{P1} = \frac{1}{2} g t^2$ ①

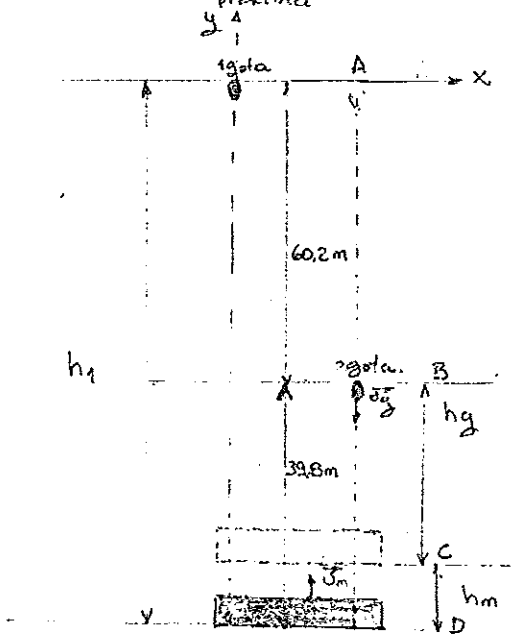
2 PIEDRA:

$S_{P2} = S_{oP2} + g(t-1)$

$y_{P2} = 18(t-1) + \frac{1}{2} g (t-1)^2$ ②

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

31.-Por el pozo de una mina cae gotas de agua,a la velocidad uniforme de una gota por segundo.Un montacargas que sube por el pozo a 10 m/s,es lanzado por una gota de agua cuando está a 100 metros por debajo del suelo.Dónde y cuando alcanzará la ~~primera~~ proxima gota al montacargas?



$h_1 = 100 = v_0 t_{AD} + \frac{1}{2} g t_{AD}^2$

$t_{AD}^2 = \frac{200}{10} \Rightarrow t_{AD} = 4,47 \text{ seg}$

$h_2 = \frac{1}{2} g (t_{AD} - 1)^2$

$h_2 = \frac{1}{2} g (4,47 - 1)^2 = 60,2 \text{ [m]}$

$v_g = v_0 + g t_{AB}$

$v_g = 10 (4,47 - 1) = 34,7 \text{ m/s}^2$

$h_g = v_0 t + 5t^2$ ①

$h_g = 34,7t + 5t^2$

$h_m = 10t$ ②

① + ② = 39,8

$34,7t + 5t^2 + 10t = 39,8$

$5t^2 + 44,7t^2 - 39,8 = 0$

$t = \frac{-44,7 \pm \sqrt{44,7^2 + 4 \times 5 \times 39,8}}{10}$

$t = \frac{-44,7 + 52,85}{10}$

$t = 0,815 \text{ seg}$

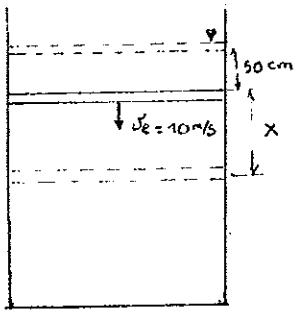
$h_m = 8,15 \text{ m}$

El encuentro con la segunda gota se dara :

$H_{AC} = h_1 - h_m = 91,87 \text{ [m]}$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

32.-Un niño que se encuentra en el suelo de un elevador que desciende a la velocidad constante de 10 m/s brinca hasta una altura de 50 cm sobre el piso.Qué distancia recorre el elevador mientras el niño llega al piso de nuevo?



$x = v_e t$ $\quad (50+x) = \frac{1}{2} g t^2$ ②

$x = 10t$ ①

① = ②

$10t = \frac{1}{2} g t^2 - 50$

$10t - 5t^2 + 50 = 0$

$5t^2 - 10t - 50 = 0$

$t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \times 5 \times 50}}{10}$

$t = \frac{10 \pm 33,166}{10}$

$t = \frac{10 + 33,166}{10} = 4,316$ seg

$x = 10 \times 4,316 = 43,16$ [m]

$\therefore x = 43,16$ [m] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

33.- Dos vehículos A y B circulan por carreteras rectas que forman un ángulo entre sí.El vehículo A se mueve con velocidad constante y para el tiempo t=2 seg se encuentra en el punto de coordenadas (0;30) metros,cuando t= 7 seg en el punto (-40 ; 0) metros,el vehículo B se mueve con MRUV y al tiempo t=4seg,se encuentra en el punto (-50; 0) metros con una velocidad $V_B = 10\vec{i}$ y el tiempo t=14 segundos tiene una velocidad de $15\vec{i}$ m/seg.

Determinar:

33.1.-La velocidad del vehículo A.

33.2.-La aceleración de B.

33.3.-La velocidad inicial de B para t=0.

33.4.-La velocidad de B para cualquier t; $V_B = f(t)$

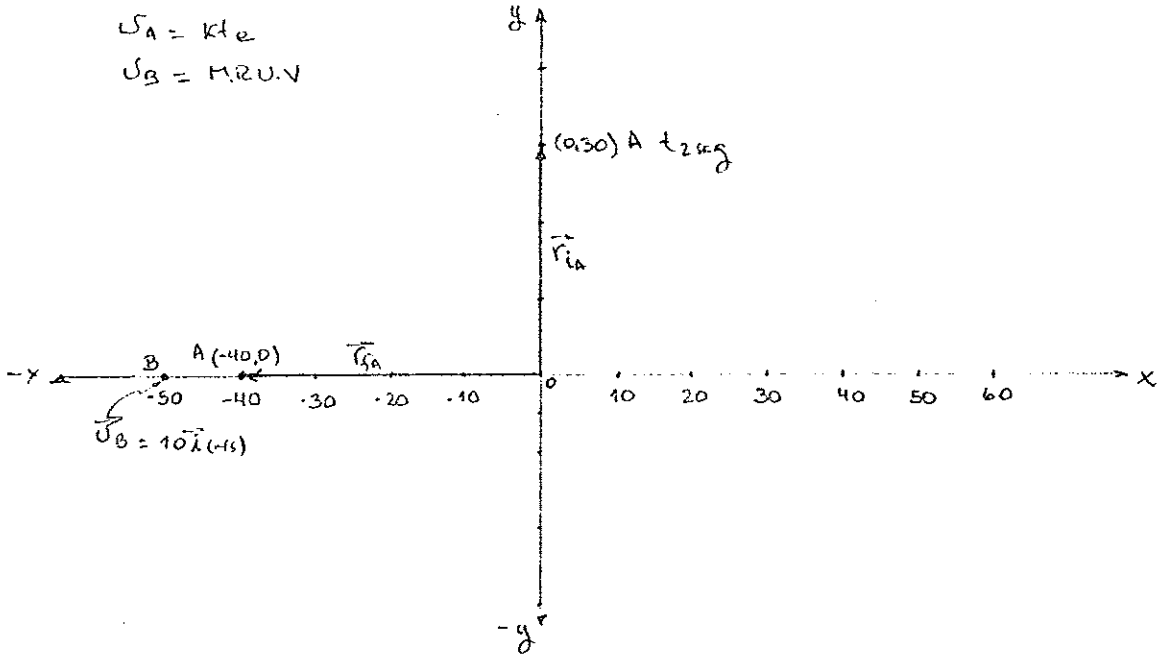
33.5.-La posición de A para t=0 (inicial).

33.6.-La posición inicial de B.

33.7.-La posición de A para cualquier t.

33.8.-La posición de B para cualquier t.

33.9.-El desplazamiento de los 5 hasta los 10 segundos.



33.1) $\vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{r}}{t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t} = \frac{-40\vec{i} - 30\vec{j}}{(7-2)}$

$\vec{v}_A = -8\vec{i} - 6\vec{j}$ (m/s)

33.2) (B) :

$\vec{v}_{fB} = \vec{v}_B + \vec{a}_B \Delta t$

$\vec{a}_B = \frac{\vec{v}_{fB} - \vec{v}_B}{\Delta t} = \frac{15\vec{i} - 10\vec{i}}{10} = 0{,}5\vec{i}$ m/s² //

33.3) (B) :

$\vec{v}_{fB} = \vec{v}_{oB} + \vec{a}t$

$15\vec{i} = \vec{v}_{oB} + 0{,}5\vec{i}\,(14)$

$\hookrightarrow \vec{v}_{oB} = 8\vec{i}$ (m/s)

33.4) $\vec{v}_B = \vec{v}_{oB} + \vec{a}t$

$\vec{v}_B = 8\vec{i} + 0{,}5\vec{i}\,t$

$\vec{v}_B = (8 + 0{,}5t)\vec{i}$ (m/s)

33.5) $\Delta \vec{r}_A = \vec{v}_A . t$

$\vec{r}_f = \vec{r}_o + \vec{v}_A t$

$-40\vec{i} = \vec{r}_o + (-8\vec{i} - 6\vec{j}) \times 7$

$\vec{r}_o = 16\vec{i} + 42\vec{j}$ (m)

33.6) (B) :

$\vec{r}_{fB} = \vec{r}_o + \vec{v}_{oB}\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}_B \Delta t^2$

$\vec{r}_{fB} = -50\vec{i} + 8\vec{i} \times 10 + \frac{1}{2}(0{,}5\vec{i})(10^2)$

$\vec{r}_{fB} = 55\vec{i}$ [m]

$55\vec{i} = \vec{r}_{oB} + 8\vec{i} \times 14 + \frac{1}{2}(0{,}5\vec{i})(14^2)$

$\vec{r}_{oB} = -106\vec{i}$ [m] //

33.7) $\vec{r}_A = (16\vec{i} + 42\vec{j}) + (-8\vec{i} - 6\vec{j})t$

$\vec{r}_A = (16 - 8t)\vec{i} + (42 - 6t)\vec{j}$ [m]

33.8) $\vec{r}_B = \vec{r}_{oB} + \vec{v}_{oB}t + \frac{1}{2}\vec{a}_B t^2$

$\vec{r}_B = -106\vec{i} + 8\vec{i}t + \frac{1}{2}(0{,}5\vec{i})t^2$

$\vec{r}_B = (-106 + 8t + 0{,}25t^2)\vec{i}$ [m]

23.9) $\Delta\vec{r}_A = \vec{v}_A \cdot \Delta t$

$\Delta\vec{r}_A = (-8\vec{i} - 6\vec{j}) \times (10 - 5)$

$\Delta\vec{r}_A = -40\vec{i} - 30\vec{j}$ [m] //

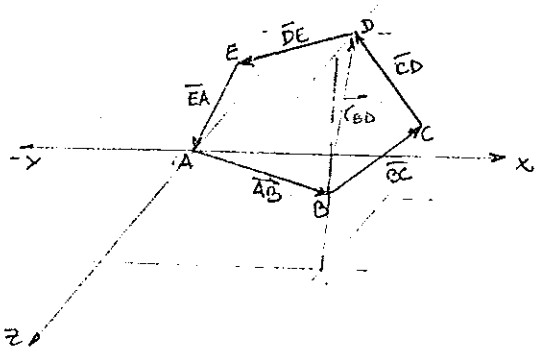
$\Delta\vec{r}_B = \vec{v}_{oB}\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}_B \Delta t^2$

$\Delta\vec{r}_B = 8\vec{i}(5) + \frac{1}{2}(0{,}5\vec{i}) \times 5^2$

$\Delta\vec{r}_B = 116{,}25\vec{i}$ [m] //

34.-Una partícula que inicialmente se encuentra en el punto B(3; 4; 5) metros respecto a un punto A,recorre un espacio BC en 2 segundos con una velocidad constante de $2\vec{i}+\vec{j}$ m/s.Otra partícula cubre una distancia DE en 0,5 seg,con una velocidad constante de $-4\vec{i}+2\vec{k}$ m/s.Si las coordenadas del punto D respecto a C son: (1; 0; 3) metros.Determinar:

34.1.-La posición de A respecto a E.
34.2.-El vector BD.
34.3.-El vector unitario paralelo al vector DB.



34.1

$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{B/A} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ [m]

$\vec{r}_{BC} = \vec{v}_{BC} \cdot t = (2\vec{i}+\vec{j}) \times 2 = 4\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{r}_{BC} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ [m]

$\vec{r}_{CD} = \vec{i} + 3\vec{k}$ [m]

$\vec{r}_{DE} = 0{,}5 \times (-4\vec{i} + 2\vec{k}) = -2\vec{i} + \vec{k}$ [m]

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = 0$

$$\vec{r}_{A/E} = \vec{r}_{EA} = -(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE})$$

$$\vec{r}_{EA} = -(3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} + 4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{i} + 3\vec{k} - 2\vec{i} + \vec{k})$$

$$\vec{r}_{EA} = -(6\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k})\ [m]$$

34.2

$$\vec{r}_{BD} = \vec{r}_{BC} + \vec{r}_{CD}$$

$$\vec{r}_{BD} = (4\vec{i} + 2\vec{j}) + (\vec{i} + 3\vec{k})$$

$$\vec{r}_{BD} = 5\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}\ \ [m]$$

34.3

$$\vec{r}_{DB} = -\vec{r}_{BD} = -5\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{\mu}_{DB} = \frac{\vec{r}_{DB}}{r_{DB}} = -0{,}811\vec{i} - 0{,}324\vec{j} - 0{,}486\vec{k}$$

$$\vec{\mu}_{DB} = -0{,}811\vec{i} - 0{,}324\vec{j} - 0{,}486\vec{k}\ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

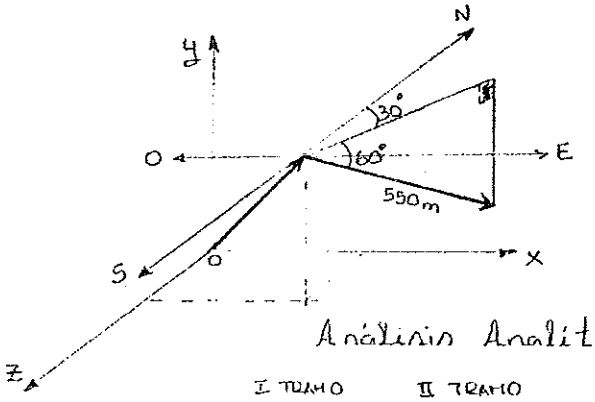
35.-Una partícula que se desplaza con movimiento rectilíneo a t=10s,se encuentra en reposo en el punto P(3; 2; 1) metros.Si sobre ella actúa una aceleración aplicada en dirección N 30° E y con un ángulo de depresión de 60°;cuyos módulos para los intervalos de10 a 20 s,de 20 a 40s y de 40s en adelante son:

$2m/s^2$ en la dirección indicada.

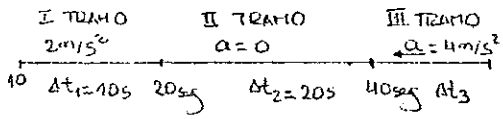
$0\,m/s^2$

$4\,m/s^2$ en la dirección contraria.

Determinar la posición del punto en el cual se detiene.



Análisis Analítico



I TRAMO:

$\Delta r_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100\,m$

II TRAMO:

$v_f = v_0 + at$

$v_f = 2(10) = 20\ m/s$

$\Delta r_2 = v.t = 20 \times 20 = 400\,m$

III TRAMO:

$\Delta r_3 = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$

$v_f = v - at \quad (v_f = v)$

$t = \frac{20}{4} = 5seg$

$\Delta r_3 = 20 \times 5 - \frac{1}{2}(4) \times 5^2 = 50\,m$

$\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3 = 550\,m$

$\cos 60 = \frac{xz}{550} \Rightarrow xz = 275$

$z = -275 \cos 30 = -238,15$

$x = 275 \operatorname{Sen} 30 = 137,5$

$y = -550 \operatorname{Sen} 60 = -476,31$

$\vec{\Delta r} = 137,5\vec{i} - 476,31\vec{j} - 238,15\vec{k}$

$\vec{r_f} = \vec{\Delta r} + \vec{r_o}$

$\vec{r_f} = 137,5\vec{i} - 476,31\vec{j} - 238,15\vec{k} + 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

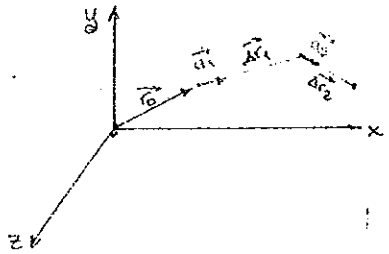
$\vec{r_f} = 140,5\vec{i} - 474,31\vec{j} - 237,1\vec{k}\ [m]$

36.-Si una partícula provista de rapidez de 10 m/s en el punto de coordenadas (1; 2; 3) metros,realiza movimiento rectilíneo uniforme variada y acelerado con una aceleración de $\vec{a}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}\ \ m/s^2$ por un intervalo de 10s para luego ser sometida a una aceleración $\vec{a}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .Determinar:

36.1.-La velocidad de la partícula luego de 10 segundos de partir del punto de coordenadas (1; 2; 3) metros.

36.2.-El tipo de trayectoria a partir del décimo segundo.

36.3.-La velocidad media de la partícula para un intervalo de 15 segundos a partir del punto (1; 2; 3) metros.



36.1) $\vec{v}_0 = 10\,\vec{\mu}_{a_1}$

$\vec{\mu}_{a_1} = 0,4\vec{i} + 0,8\vec{j} + 0,4\vec{k}$

$\vec{v}_0 = 10(0,4\vec{i} + 0,8\vec{j} + 0,4\vec{k})$

$\vec{v}_0 = 4\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$ (m/s)

$\vec{v}_{10s} = \vec{v}_0 + \vec{a}_1 \Delta t_{10}$

$\vec{v}_{10seg} = (4\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}) + (\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})\cdot 10$

$\vec{v}_{10seg} = 14\vec{i} + 28\vec{j} + 14\vec{k}$ (m/s)

36.2)

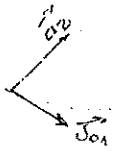
$\vec{\mu}_{a_1} = 0,4\vec{i} + 0,8\vec{j} + 0,4\vec{k}$

$\vec{\mu}_{v_{01}} = 0,4\vec{i} + 0,8\vec{j} + 0,4\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{\mu}_{a_2} = 0,4\vec{i} - 0,8\vec{j} + 0,4\vec{k}$

$\vec{\mu}_{v_{01}} \neq \vec{\mu}_{a_2}$

Es Mov curvilíneo.



36.3) $|\vec{v}_{10seg}| = |\vec{v}_{02}| = 34,29$ m/s.

$\vec{v}_{02} = 34,29\,\vec{\mu}_{a_1} = 14\vec{i} + 28\vec{j} + 14\vec{k}$ (m/s)

$\Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_{02} t_2 + \frac{1}{2}\vec{a}_2 t_2^2$

$\Delta\vec{r}_2 = (14\vec{i} + 28\vec{j} + 14\vec{k})\times 5 + \frac{1}{2}(\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})\times 5^2 = 81,05\vec{i} - 162,15\vec{j} + 81,05\vec{k}$

$\Delta\vec{r}_2 = 82,5\vec{i} + 115\vec{j} + 82,5\vec{k}$ [m]

$\Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_{01} t_1 + \frac{1}{2}\vec{a}_1 t_1^2$

$\Delta\vec{r}_1 = (4\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k})\times 10 + \frac{1}{2}(\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})\times 10^2$

$\Delta\vec{r}_1 = 90\vec{i} + 180\vec{j} + 90\vec{k}$ [m]

$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$

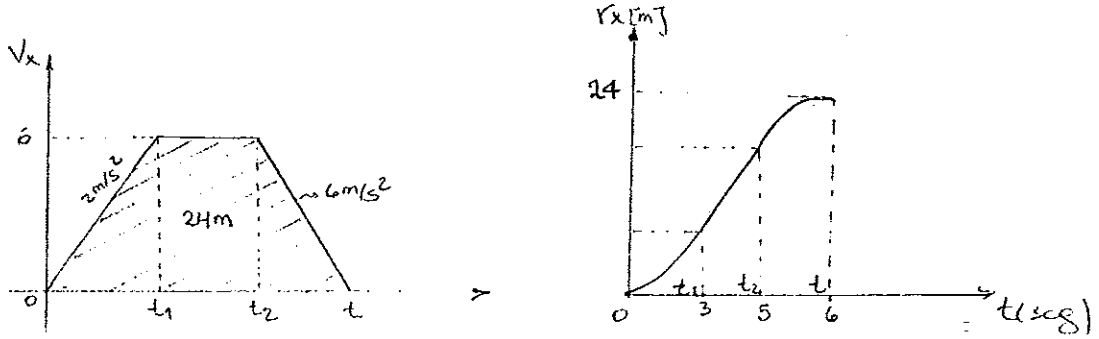
$\Delta\vec{r} = 172,5\vec{i} + 295\vec{j} + 172,5\vec{k}$

$\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$\vec{v}_m = 11,11\vec{i} + 19,67\vec{j} + 11,11\vec{k}$ (m/s) //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

37.-Utilizando un gráfico v-t,resuelva el siguiente problema:
Una partícula se mueve hacia la derecha partiendo del reposo con una aceleración de $2\,m/s^2$ hasta que su velocidad es de 6 m/s hacia la derecha.Se le somete luego a una aceleración de $6\,m/s^2$ hacia la izquierda,hasta que el espacio total recorrido sobre la recta desde que partió es de 24 metros.Hallar el tiempo total transcurrido.



$$24 = \frac{1}{2}t_1 \times 6 + (t_2 - t_1)\times 6 + \frac{1}{2}(t - t_2)\times 6 \quad (1)$$

$v_{f_1} = v_{o_1}^{0} + a_1 t_1$

$6 = 2t_1$

$t_1 = 3\,seg$

$v_{f_2}^{0} = v_{o_2} - a_2(t - t_2)$

$(t - t_2) = \frac{v_{o_2}}{a_2} = \frac{6}{6} = 1\,seg \quad (2)$

(2) en (1):

$24 = \frac{1}{2}\times 3\times 6 + (t_2 - 3)\times 6 + \frac{1}{2}(1)\times 6$

$24 = 12 + 6t_2 - 18$

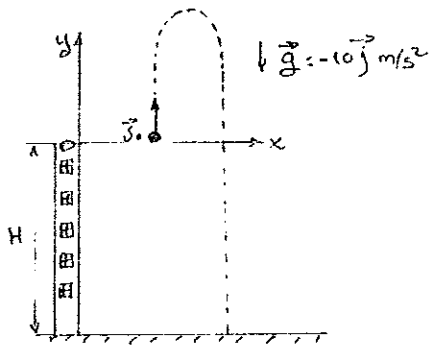
$30 = 6t_2$

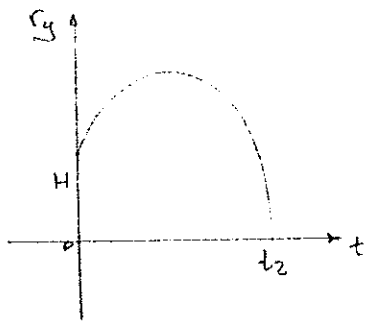
$\therefore t_2 = 5\,seg$ en (2)

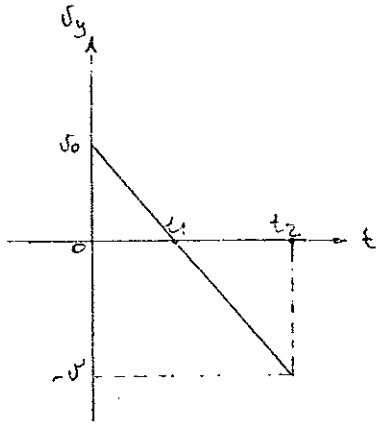
$\Rightarrow t_{Total} = 6\,seg$ //

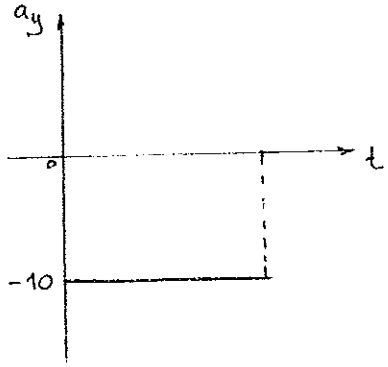
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

38.-Un objeto es disparado verticalmente y hacia arriba con una velocidad de valor Vo desde un edificio de altura H.Construir el gráfico v-t para todo el movimiento del proyectil desde que sale hasta que llega al suelo(Indique un gráfico todas las informaciones que crea necesarias para una interpretación correcta del problema).









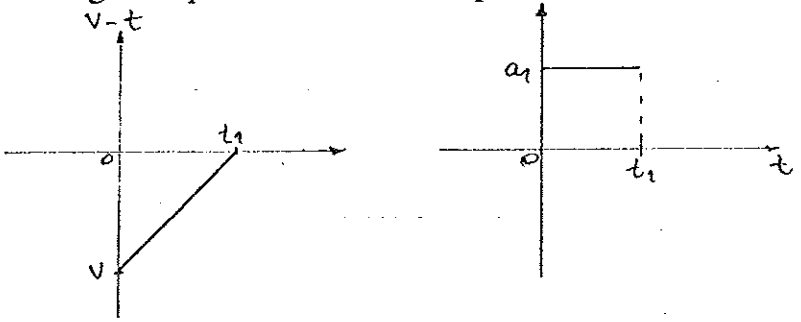
$0 \leq t \leq t_1$ M.R.U.V retardado ya que $\vec{\mu}_v = -\vec{\mu}_a$

$t_1 \leq t \leq t_2$ M.R.U.V acelerado ya que la aceleración tiene el mismo signo de la velocidad.

$-\vec{\mu}_v = -\vec{\mu}_a$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

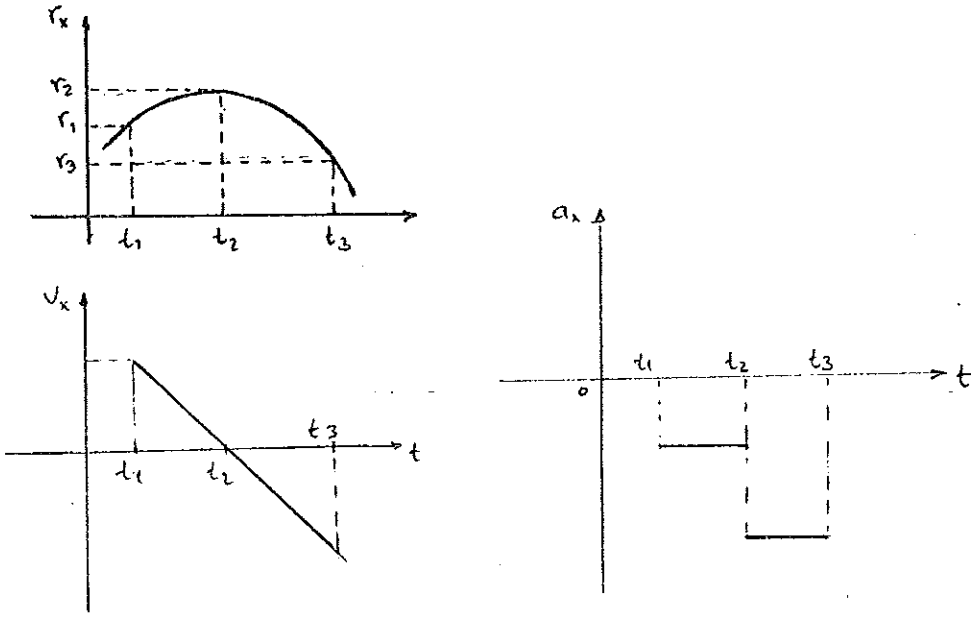
39.-Mediante un gráfico V-t, dar un ejemplo de un movimiento en el cual la velocidad sea negativa pero la aceleración positiva.



40.-En la figura calcular,en que intervalo de tiempo:

40.1.-La velocidad es negativa.

40.2.-La aceleración es positiva.



(t_1-t_2) retardado $\vec{\mu_v} = -\vec{\mu_a}$

(t_2-t_3) acelerado $-\vec{\mu_v} = -\vec{\mu_a}$

40.1) Para el intervalo (t_1-t_2)

40.2) Para el intervalo (t_2-t_3)

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

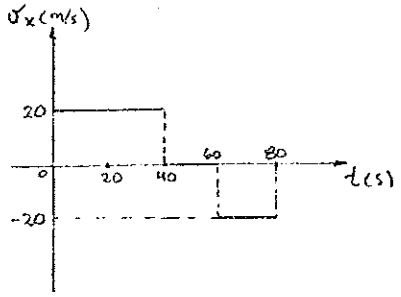
41.-Un vehículo se mueve sobre una carretera recta de acuerdo al siguiente gráfico.

41.1.-Describa el tipo de movimiento del vehículo en cada tramo.

41.2.-Cuál es el espacio total recorrido?

41.3.-Cuál es el vector desplazamiento?

41.4.-Realice el gráfico r-t.



41.1) (0-40) → Mov hacia la derecha

(40-60) → Mov reposo

(60-80) → Mov hacia la izquierdo.

42.2) $e = e_1 + \cancel{e_2^0} + e_3$

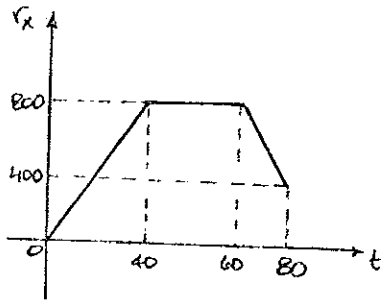
$e = 20\times40 + 20\times20 = 1200\ [m]$

$e = 1200\ [m]$

43.3) $\vec{\Delta r} = 20\times40\,\vec{i} - 20\times20\,\vec{i} = 400\,\vec{i}\ [m]$

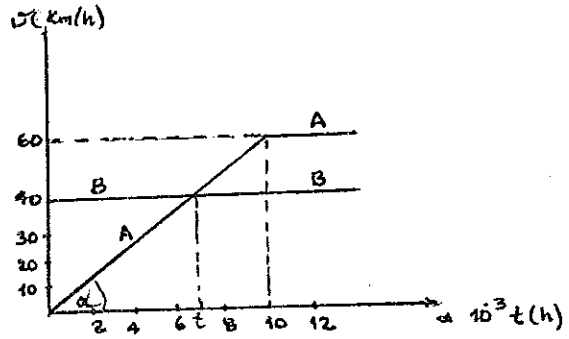
$\vec{\Delta r} = 400\,\vec{i}\ [m]$

43.4)



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

42.-Los gráficos V-t,para dos móviles A y B están dados en la figura:
42.1.-Después de qué tiempo el móvil A tiene igual velocidad que B?
42.2.-En ese instante,a qué distancia está B delente de A?
42.3.-Para t=0,01 horas,Cuál está delante y a qué distancia del otro?



42.1 $a_A = \frac{V}{t} = \frac{60 Km/h}{10,10^3 h} = \frac{16,66 m/s}{36 s}$

$a_A = 0,462\ m/s^2$

$tan\alpha = a_A = 0,462 = \frac{40}{t} = \frac{11,11}{t}$

$\therefore t = 24,04 seg$ //

42.2 $Y_B = S_B t = 11,11\,(24) = 266,64\ [m]$

$Y_A = \frac{1}{2}(0,462) \times 24^2 = 133\ [m]$

$Y_{B/A} = 133,64\ [m]$

42.3 $Y_A|_{0,01h} = \frac{1}{2} a_A t^2 = \frac{1}{2}(0,462)(36^2) = 300\,m$

$Y_B|_{0,01h} = 11,11 \times 36 = 400\ [m]$

$Y_{B/A} = 100\ [m] \Rightarrow$ El auto B esta adelante con 100 m.

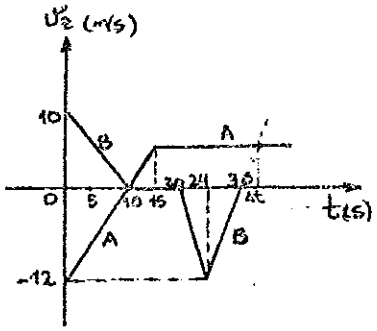
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

43.-Las partículas A y B se mueven a lo largo del eje de las z.Se conoce el gráfico Vz-t y que a t=0(s) ambas partículas se encuentran en la posición $-5\vec{k}$ (m).Determinar:

43.1.-El vector posición de cada partícula para t=20(s).

43.2.-La expresión en función del tiempo del vector velocidad relativa de la partícula A respecto a la B para : $0 \le t \le 10$s.

43.3.-El vector velocidad media y la velocidad media escalar de la partícula B para cada intervalo de 0 a 30(s).



43.1) $\Delta\vec{r}_A = -\frac{1}{2}(12)(10) + \frac{1}{2}(5)(5) + 5\times 5 = -22{,}5\vec{K}$ [m]

$\vec{r}_A = \vec{r}_{oA} + \Delta\vec{r}_A$

$\vec{r}_A = (-5\vec{K}) + (-22{,}5\vec{K}) = -27{,}5\vec{K}$ //

$\Delta\vec{r}_B = \frac{1}{2}(10)(10) = 50\vec{K}$

$\vec{r}_B = \vec{r}_{oB} + \Delta\vec{r}_B$

$\vec{r}_B = -5\vec{K} + 50\vec{K} = 45\vec{K}$ [m] //

43.2)

Partícula A: $0 \le t \le 10$ seg.

$v_A = at - b$

$-12 = 0 - b \rightarrow b = 12$

$0 = a(10) - 12 \rightarrow a = 1{,}2$

$v_A = 1{,}2t - 12$ (m/s)

Partícula B: $0 \le t \le 10$ s

$v_B = -at + b$

$10 = 0 + b \Rightarrow b = 10$

$v_B = -at + b$

$0 = -10a + 10 \Rightarrow a = 1$

$v_B = -t + 10$ (m/s)

$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

$\vec{v}_{A/B} = (1{,}2t - 12)\vec{K} - (-t + 10)\vec{K}$

$\vec{v}_{A/B} = -22\vec{K} + 2{,}2t\,\vec{K}$

$\vec{v}_{A/B} = (-22 + 2{,}2t)\vec{K}$ [m/s] //

43.3)

$\Delta\vec{r}_B|_{0\text{-}30} = \frac{1}{2}(10)(10) - \frac{1}{2}(12)(4) - \frac{1}{2}(12)(6)$

$\Delta\vec{r}_B|_{0\text{-}30} = -10\vec{K}$ [m]

$d\Delta r_B = 110$ [m]

$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}_B}{\Delta t} = \frac{-10\vec{K}}{30} = -0{,}3\vec{K}$ (m/s) //

$v_m = \frac{d\Delta r_B}{\Delta t} = \frac{110\,[m]}{30\,[s]} = 3{,}66$ (m/s) //

Observación: Donde y cuando se encontraron

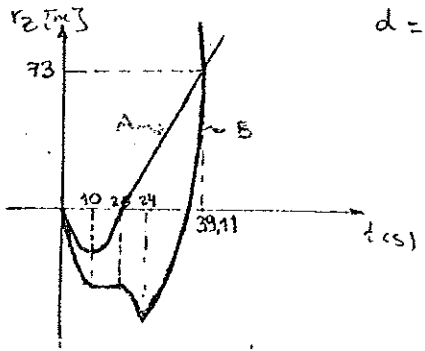
$\Delta r_A = \Delta r_B$

$27{,}5 + \Delta t \times 5 = -10 + \frac{1}{2}(2)\Delta t^2$

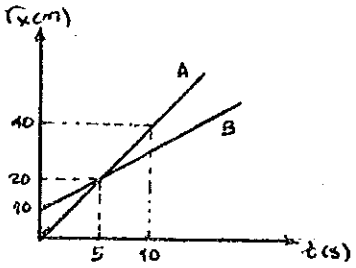
$\Delta t^2 - 5\Delta t - 37{,}5 = 0$

$\Delta t = 9{,}11$ seg $\rightarrow t = 30 + \Delta t = 39{,}11$ seg //

$d = 27{,}5 + 5\Delta t = 73$ [m] //



44.-Dos partículas A y B se desplazan con movimiento rectilíneo uniforme de acuerdo al siguiente gráfico:posición versus tiempo.Determinar:
44.1.-El vector posición relativa de A respecto a B,para los tiempos:t=0s; t=5s; t=10s.
44.2.-El vector velocidad relativa de A respecto a B,para los instantes indicados anteriormente.



44.1) Para $t = 0$ seg

$\vec{r}_A = 0\vec{i}$

$\vec{r}_B = 10\vec{i}$

$\vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = -10\vec{i}$

Para $t = 5$ seg

$\vec{r}_A = 20\vec{i}$

$\vec{r}_B = 20\vec{i}$

$\vec{r}_{A/B} = 0\vec{i}$

Para $t = 10$ seg

$\vec{r}_A = 40\vec{i}$

$r_B = at + b$

$10 = b$

$20 = a(5) + 10 \Rightarrow a = 2$

$\vec{r}_B = (2t+10)\vec{i}$

$r_B|_{10s} = 2(10) + 10 = 30\ [m]$

$\vec{r}_B = 30\vec{i}$

$\vec{r}_{A/B} = 40\vec{i} - 30\vec{i} = 10\vec{i}\ [m]$ //

44.2) Para $t = 0$ seg

$v_A = \frac{dr_A}{dt} = 0$;

$v_B = \frac{dr_B}{dt} = \frac{d(2t+10)}{dt} = 2\ m/s.$

$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = -2\vec{i}\ (m/s)$ //

Para $t = 5$ seg

$r_A = at$

$20 = a(5) \Rightarrow a = 4$

$r_A = 4t\ [m]$

$v_A = \frac{dr_A}{dt} = 4\ m/s$

$v_B = 2\ m/s.$

$\vec{v}_{A/B} = 4\vec{i} - 2\vec{i} = 2\vec{i}\ (m/s)$ //

Para $t = 10$ seg

$v_A = \frac{dr_A}{dt} = 4\ m/s$

$v_B = \frac{dr_B}{dt} = 2\ m/s$

$\vec{v}_{A/B} = 2\vec{i}\ (m/s)$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

45.-Dado el gráfico de V vs t para las partículas A, B, C y conociendo además que los vectores unitarios correspondientes de A,B y C son:

$\vec{\mu}_A = 0{,}2\vec{i} - 0{,}3\vec{j} - a\vec{k}$

$\vec{\mu}_B = 0{,}42\vec{i} - 0{,}25\vec{j} - b\vec{k}$

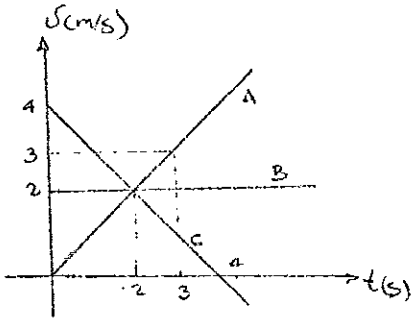
$\vec{\mu}_C = 0{,}5\vec{i} - 0{,}68\vec{j} - c\vec{k}$

Determinar:

45.1.-Para un segundo la $V_{C/B}$

45.2.-Para dos segundos la $V_{A/B}$

45.3.-Para tres segundos la $V_{B/C}$



45.1) $v_C = -at + b$

$4 = b$

$2 = -a(2) + 4$

$\hookrightarrow a = 2$

$v_C = -t + 4 \quad (t = 1\,seg)$

$v_C = 3$ m/s.

$\vec{v}_C = v_C \vec{\mu}_C$

$\vec{\mu}_C = 0{,}5\vec{i} - 0{,}68\vec{j} - c\vec{k}$

$1^2 = 0{,}5^2 + 0{,}68^2 + c^2$

$c = 0{,}536$

$\vec{v}_C = 3(0{,}5\vec{i} - 0{,}68\vec{j} - 0{,}536\vec{k})$

$\vec{v}_C = 1{,}5\vec{i} - 2{,}04\vec{j} - 1{,}608\vec{k}$

$\vec{v}_B = 2\vec{\mu}_B$

$\vec{\mu}_B = 0{,}42\vec{i} - 0{,}25\vec{j} - b\vec{k}$

$1 = 0{,}42^2 + 0{,}25^2 + b^2$

$\hookrightarrow b = 0{,}872.$

$\vec{v}_B = 2(0{,}42\vec{i} - 0{,}25\vec{j} - 0{,}872\vec{k})$

$\vec{v}_B = 0{,}84\vec{i} - 0{,}5\vec{j} - 1{,}744\vec{k}$ m/s.

$\vec{v}_{C/B} = \vec{v}_C - \vec{v}_B$

$\vec{v}_{C/B} = 0{,}66\vec{i} - 1{,}54\vec{j} + 0{,}136\vec{k}$ (m/s)

42.2) $v_A = at$

$2 = a(2) \rightsquigarrow a = 1$

$v_A = t \quad (t = 2\,seg)$

$v_A = 2$ (m/s)

$\vec{v}_A = 2\vec{\mu}_A \; ; \quad \vec{\mu}_A = 0{,}2\vec{i} - 0{,}3\vec{j} - a\vec{k}$

$1^2 = 0{,}2^2 + 0{,}3^2 + a^2$

$\hookrightarrow a = 0{,}932$

$\vec{v}_A = 2(0{,}2\vec{i} - 0{,}3\vec{j} - 0{,}932\vec{k})$

$\vec{v}_A = 0{,}4\vec{i} - 0{,}6\vec{j} - 1{,}864\vec{k}$ (m/s)

$\vec{v}_{A/B} = -0{,}44\vec{i} - 0{,}1\vec{j} - 0{,}12\vec{k}$ (m/s)

45.3)

$v_C = 1$ m/s (Para $t = 3\,seg$)

$\vec{v}_C = 1\vec{\mu}_C = (0{,}5\vec{i} - 0{,}68\vec{j} - 0{,}536\vec{k})$

$\vec{v}_B = 0{,}84\vec{i} - 0{,}5\vec{j} - 1{,}744\vec{k}$ (m/s)

$\vec{v}_{B/C} = \vec{v}_B - \vec{v}_C$

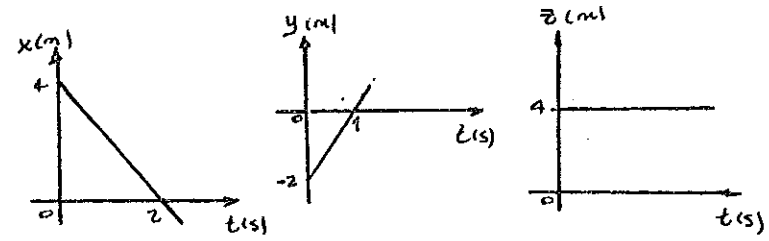
$\vec{v}_{B/C} = 0{,}34\vec{i} + 0{,}18\vec{j} - 1{,}208\vec{k}$ (m/s) //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

46.-A partir de los gráficos posición versus tiempo,determinar en términos de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

46.1.-El vector posición a los 2,5 segundos.

46.2.-El vector velocidad media para el intervalo de 1 a 3 segundos.



46.1)

$x = at + b$ | $y = at + b$

$4 = b$ | $-2 = b$

$0 = a(2) + 4$ | $0 = a(1) - 2$

$a = -2$ | $a = 2$

$x = -2t + 4$ | $y = 2t - 2$

$x|_{2,5seg} = -2(2,5) + 4$ | $y|_{2,5seg} = 2(2,5) - 2 = 3\,[m]$

$x = -1\,[m]$

$\vec{r}_{2,5seg} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}\ [m]$

46.2) $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{\Delta t} = \dfrac{(-2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}) - (2\vec{i} + 4\vec{k})}{2}$

$\vec{r}_3 = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$

$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{k}$

$\vec{v}_m = -2\vec{i} + 2\vec{j}\ (m/s)$

Observación $\vec{v}_m = \vec{v}_{inst}$

$\vec{v}_{ins} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[(-2t+4)\vec{i} + (2t-2)\vec{j} + 4\vec{k}\right]$

$\vec{v}_{ins} = -2\vec{i} + 2\vec{j}\ [m/s]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

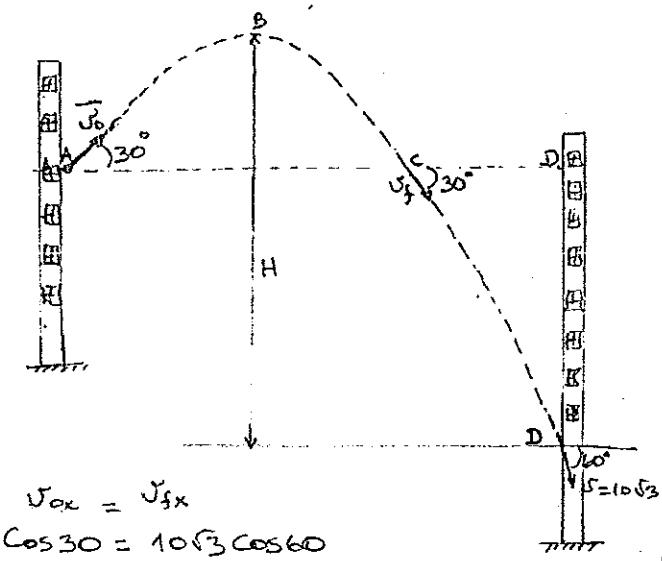
47.-Una pelota se lanza desde la ventana de un edificio con una velocidad inicial Vo,y formando un ángulo de 30° sobre la horizontal.Al descenso choca con el edificio que se encuentra al frente con una velocidad $V = 10\sqrt{3}$ m/seg y un ángulo de 60° bajo la horizontal.Determinar:

47.1.-La velocidad inicial Vo de lanzamiento.

47.2.-El tiempo que estuvo en movimiento desde el lanzamiento hasta cuando choca.

47.3.-La distancia que separa a los dos edificios.

47.4.-La altura que desciende la pelota,medida desde el nivel de lanzamiento,hasta el punto de choque.



47.1)

$$V_{ox} = V_{fx}$$
$$V_o \cos 30 = 10\sqrt{3}\cos 60$$
$$V_o = \frac{10\sqrt{3}\cos 60}{\cos 30} = 10 \text{ m/s}$$

47.2)

$$V_{fy} = V_{oy} - gt_s$$
$$t_s = \frac{V_{oy}}{g} = \frac{10 \operatorname{Sen} 30}{10} = 0{,}5 \text{ seg}$$
$$t_{AC} = 1 \text{ seg}$$
$$\vec{V}_{fy} = \vec{V}_{oy} + \vec{g}t_{CD} \quad (V_o = V_f)$$
$$-10\sqrt{3}\operatorname{Sen}60\,\vec{j} = -10\operatorname{Sen}30\,\vec{j} - 10\vec{j}\,t_{CD}$$
$$t_{CD} = 1 \text{ seg}$$
$$t_{total} = t_{AC} + t_{CD} = 2 \text{ seg}$$

OTRA MANERA:

$$V_{fx} = V_o \cos 30 = 10\cos 30 = 8{,}66 \text{ m/s}$$
$$V_{fy} = V_{oy} - gt = 10\operatorname{Sen}30 - g(1)$$
$$V_{fy} = -5 \text{ m/s}.$$
$$\vec{V}_f = 8{,}66\vec{i} - 5\vec{j} \text{ (m/s)} \Rightarrow \alpha = -30°$$
$$V_{By} = V_{oy} - gt_s$$
$$V_{By} = 10\operatorname{Sen}30 - 10(0{,}5) = 0$$
$$V_{Bx} = 10\cos 0° = 10 \text{ m/s}.$$
$$V_{Dy}^2 = V_{fy}^2 + gt$$
$$t = \frac{10\sqrt{3}\operatorname{Sen}60}{10} = 1{,}5 \text{ seg}$$
$$H = \frac{1}{2}gt_{CD} = 11{,}25 \text{ [m]}$$

47.3)

$$X_{AC} = V_{ox}\,t_{AC} = 10\cos 30\,(1)$$
$$X_{AC} = 8{,}66 \text{ [m]}$$
$$X_{CD} = V_{ox}\,t_{CD} = 10\cos 30\,(1)$$
$$X_{AC} = 17{,}32 \text{ [m]}$$

47.4) $h_{max} = V_{oy}t - \frac{1}{2}gt_{AB}^2$

$$h_{max} = 10\operatorname{Sen}30(0{,}5) - 5(0{,}5)^2 = 1{,}25 \text{ [m]}$$
$$h_y = V_{oy}t + \frac{1}{2}gt_{CD}^2$$
$$h_y = 10\operatorname{Sen}30(1) + 5(1)^2 = 10 \text{ [m]}$$
$$H = h_{max} + h_y$$
$$H = 1{,}25\text{m} + 10\text{m} = 11{,}25 \text{ [m]}$$
$$H = 11{,}25 \text{ [m]}$$

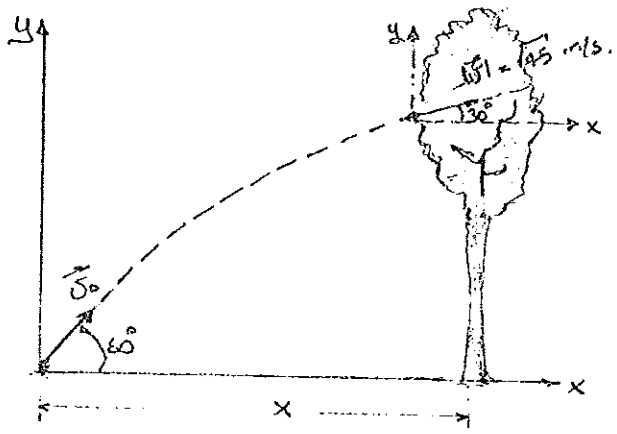
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

48.-Una pelota se lanza con un ángulo de 60° sobre la horizontal y choca contra un árbol cuando todavía está subiendo con una velocidad de $\sqrt{45}$ m/s y formando un ángulo de 30° sobre la horizontal.

48.1.-A qué distancia está ubicado el árbol?

48.2.-A qué altura se estrella la pelota?

48.3.-El tiempo transcurrido?



48.1) $v_{ox} = v_{fx}$

$v_0 \cos 60 = v_f \cos 30$

$v_0 = \dfrac{\sqrt{45}\cos 30}{\cos 60} = 11{,}61$ m/s

$v_{fy} = v_{oy} - gt$

$t = \dfrac{v_{oy} - v_{fy}}{g} = \dfrac{11{,}61 \operatorname{Sen} 60 - \sqrt{45}\operatorname{Sen} 30}{10}$

$t = 0{,}67$ seg

$x = v_{ox} \cdot t$

$x = 11{,}61 \cos 60\,(0{,}67)$

$x = 3{,}88$ [m] //

48.2) $h = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$

$h = 11{,}61 \operatorname{Sen} 60\,(0{,}67) - 5 \times 0{,}67^2$

$h = 4{,}49$ [m] //

48.2 OTRA MANERA.

$v_{fy}^2 = v_{oy}^2 - 2gh$ { $v_f^2 = v_o^2 - 2gh$

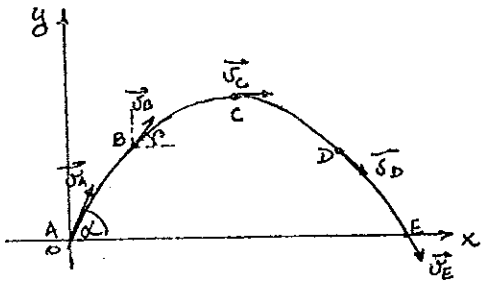
$v_{fx}^2 = v_{ox}^2$

$h = \dfrac{v_o^2 - v_f^2}{2g} = \dfrac{11{,}61^2 - (\sqrt{45})^2}{2 \times 10} = 4{,}48$ [m] //

48.3) $t = 0{,}67$ seg //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

49.-En qué punto de la trayectoria de un proyectil,la velocidad total del mismo es numéricamente menor que en cualquier otro,explique porqué?



$$v_{fy} = v_{Ay} - gt \quad ①$$

$$t = \frac{v_{Ay}}{g} = \frac{v_o \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

en ①:

$$v_{cy} = v_o \operatorname{sen}\alpha - g\frac{v_o \operatorname{sen}\alpha}{g} = 0$$

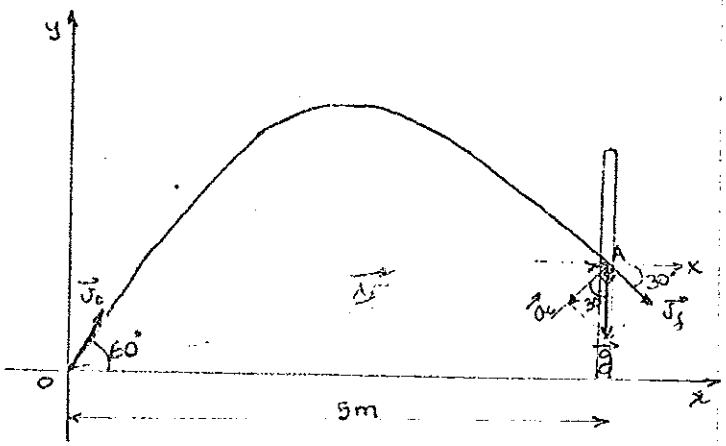
$$v_{cx} = v_{oAx}$$

$$\vec{v_c} = v_{cx}\vec{i} + v_{fy}\vec{j}$$

En el punto C. es menor ya que no tiene la componente de proyección en y es decir la $v_y = 0$ solo tiene componente en x en los demás casos si tiene componente tanto en x como en y. En los demás casos las dos componentes hacen que su velocidad final en modulo sea mayor que el punto C.

50.-Se lanza una piedra con una cierta velocidad inicial formando un ángulo de 60° sobre la horizontal.Luego de un cierto tiempo,la piedra choca contra un punto A de un poste vertical,cuando su velocidad forma un ángulo de 30° con la horizontal y cuando está cayendo .Si el punto A está a 5 metros del suelo.Determinar:

50.1.-La velocidad de lanzamiento.
50.2.-El tiempo transcurrido.
50.3.-El vector velocidad media.
50.4.-La aceleración centrípeta en el punto A.



50.1) $X_{oA} = V_{ox} t_{oA}$

$5 = V_o \cos 60 * t_{oA}$ ①

① en ②:

$V_{fy} = V_{oy} - g t_{oA}$ ②

$-V_{fy} = V_o \operatorname{Sen} 60 - 10 \left(\frac{5}{V_o \cos 60}\right)$ ④

$V_o \cos 60 = V_f \cos 30$

$V_o = \frac{V_f \cos 30}{\cos 60} = 1{,}732\, V_f$ ⑤ → $V_f = \frac{V_o}{1{,}732}$

en ④:

$-V_f \operatorname{Sen} 30 = V_o \operatorname{Sen} 60 - \frac{100}{V_o}$

⑤ en ④:

$-0{,}5 \cdot \frac{V_o}{1{,}732} = 0{,}866\, V_o - \frac{100}{V_o}$

$\therefore V_o = 9{,}3$ m/s //

50.2) en ①

$t_{oA} = \frac{5}{V_o \cos 60} = 1{,}075$ seg

50.3) $\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

$V_f^2 = V_o^2 - 2gh \Rightarrow h = \frac{V_o^2 - V_f^2}{2g}$

$h = \frac{9{,}3^2 - 5{,}37^2}{20} = 2{,}88$ m

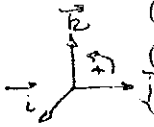
$\Delta \vec{r} = 5\vec{i} + 2{,}88\vec{j}$

$\vec{V}_m = \frac{5\vec{i} + 2{,}88\vec{j}}{1{,}075} = 4{,}65\vec{i} + 2{,}67\vec{j}$ (m/s)

$\vec{V}_m = 4{,}65\vec{i} + 2{,}67\vec{j}$ (m/s)

50.4) $a_c = g \cos 30 = 8{,}66$ m/s²

OTRA MANERA:



$a_{cA} = \frac{|\vec{a} \times \vec{V}|}{|\vec{V}|}$

$\vec{V}_{fA} = 5{,}36 (\cos 30\vec{i} - \operatorname{Sen} 30\vec{j})$

$\vec{V}_{fA} = 4{,}64\vec{i} - 2{,}68\vec{j}$ m/s

$a_{cA} = \frac{|-10\vec{j} \times (4{,}64\vec{i} - 2{,}68\vec{j})|}{5{,}36}$

$a_{cA} = 8{,}67$ m/s².

Radio de curvatura:

$R_c = \frac{V_A^2}{a_{cA}} = \frac{5{,}36^2}{8{,}67} = 3{,}31$ [m]

$\vec{R}_c = R_c (-\vec{\mu}_{acA})$

$\vec{\mu}_{acA} = (-\cos 60\vec{i} - \operatorname{Sen} 60\vec{j})$

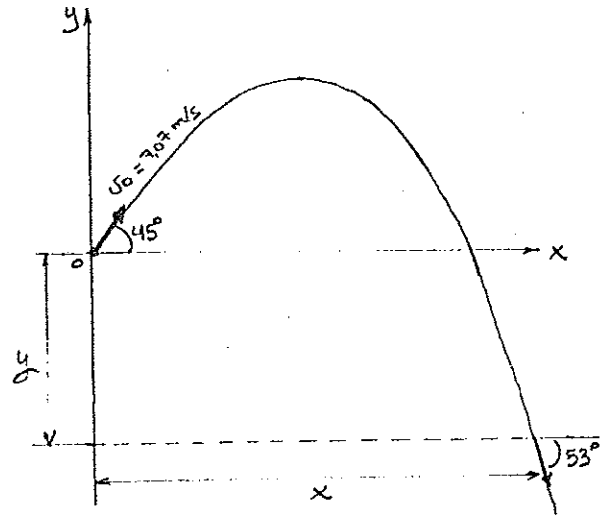
$\vec{\mu}_{acA} = -0{,}5\vec{i} - 0{,}866\vec{j}$

$\vec{R}_c = 3{,}31 (0{,}5\vec{i} + 0{,}866\vec{j})$

$\vec{R}_c = 1{,}65\vec{i} + 2{,}866\vec{j}$ [m]

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

51.-Desde la cima de una montaña se dispara un proyectil con una velocidad de 70,7 m/s,formando un ángulo de 45° sobre la horizontal.Determinar:
51.1.-El tiempo y las coordenadas x,y del proyectil cuando su velocidad forme un ángulo de 53° bajo la horizontal.
51.2.-La ecuación de su trayectoria.



$V_{ox} = V_{fx}$

$70,7 \cos 45 = V_f \cos 53$

$\therefore V_f = 83,06$ m/s

51.1) $\vec{V}_{fy} = \vec{V}_{oy} + \vec{g}t$

$$t = \frac{\vec{V}_{fy} - \vec{V}_{oy}}{\vec{g}} = \frac{-83,06 \operatorname{Sen} 53 - 70,7 \operatorname{Sen} 45}{-10} = 11,63 \text{ seg}$$

$t = 11,63$ seg //

$x = V_{ox} t = 70,7 \cos 45 \times 11,63 = 581,41$ [m] //

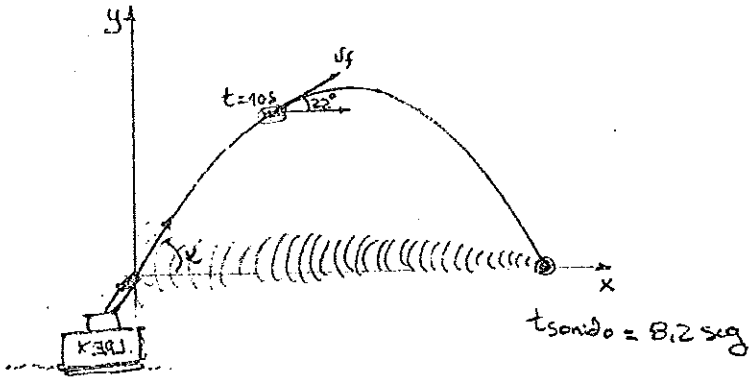
$$y = x \tan 45 - \frac{g x^2}{2 V_o^2 \cos^2 45}$$

$y = -94,86$ [m] //

51.2) $y = x - 2 \times 10^{-3} x^2$ ← Ec. de una parábola.

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

52.-Un astillero dispara un cañon;10 segundos después ve en el cielo la nubecilla de la explosión que se halla a 22° sobre la horizontal y 8,2 segundos después de verla oye el estampido que el proyectil produce al explosionar. Despreciando la resistencia del aire y suponiendo que la velocidad del sonido es 340 m/seg.Calcular la velocidad inicial del proyectil y el ángulo de tiro.



$t_{sonido} = 8,2$ seg

$v_{fy} = v_{oy} - gt$

$v_o \operatorname{Sen}22 = v_o \operatorname{Sen}\alpha - 10\times10$

$0,374\, v_o = v_o \operatorname{Sen}\alpha - 100$

$v_o(\operatorname{Sen}\alpha - 0,374) = 100$

$v_o^2(\operatorname{Sen}\alpha - 0,374)^2 = 100^2$ ①

$y = x\tan\alpha - \dfrac{5x^2}{v_o^2\cos^2\alpha}$

$x = v_s.t_s = 340\times8,2 = 2788$ m

$v_o^2\cos^2\alpha\tan\alpha = 5x$

$v_o^2\cos^2\alpha\tan\alpha = 13940$

$v_o^2 = \dfrac{13940}{\cos^2\alpha\tan\alpha}$ ②

Resolviendo la Ec. se tiene:

$x_1 = 0,9026 \rightarrow \operatorname{Sen}\alpha_1 = 0,9026$

$\hookrightarrow \alpha_1 = 64,5°$ ✓

$x_2 = 0,1022 \rightarrow \operatorname{Sen}\alpha_2 = 0,1022$

$\hookrightarrow \alpha_2 = 5,86°$ ×

Sostituyendo en ②:

$v_o^2 = \dfrac{13940}{\cos^2 64,5\tan 64,5}$

$\hookrightarrow v_o = 189,4$ m/s //

α de lanzamiento

$\Rightarrow \alpha = 64,5°$ //

② en ①:

$\dfrac{13940}{\cos^2\alpha\tan\alpha}(\operatorname{Sen}\alpha - 0,374)^2 = 100^2$

$\dfrac{13940}{\cos\alpha\operatorname{Sen}\alpha}(\operatorname{Sen}^2\alpha - 0,748\operatorname{Sen}\alpha + 0,139) = 100^2$

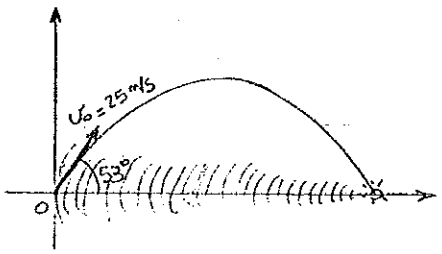
$13940(\operatorname{Sen}^2\alpha - 0,748\operatorname{Sen}\alpha + 0,139) = 100^2(\sqrt{1-\operatorname{Sen}^2\alpha})*\operatorname{Sen}\alpha$

$\operatorname{Sen}\alpha = x$

$13940(x^2 - 0,748x + 0,139) = 100^2(\sqrt{1-x^2})x$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

53.-Un soldado acostado en el suelo lanza una granada con velocidad inicial de 25 m/s y un ángulo de elevación de 53°.Después de que tiempo escuchará el estadillo y a que distancia hace explosión?.Velocidad del sonido =340m/s.



$$y = x\tan\theta - \frac{g x^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

$$0 = x\tan 53 - \frac{g x^2}{2\cdot 25^2\cos^2 53^\circ}$$

$$x = \frac{2\cdot 25^2\cos^2 53\tan 53}{10}$$

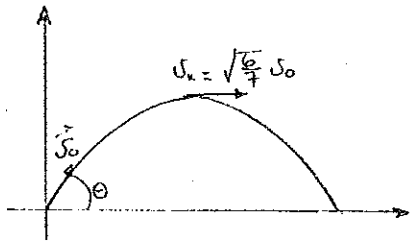
$$\hookrightarrow x = 60\,m$$

$$x = v_s\cdot t$$

$$60 = 340\cdot t$$

$$\hookrightarrow t = 0{,}176\,seg$$

54.-La velocidad de un proyectil cuando está en su altura máxima es $\sqrt{6/7}$ de su velocidad cuando está en la mitad de su altura máxima.Determinar el ángulo de lanzamiento.



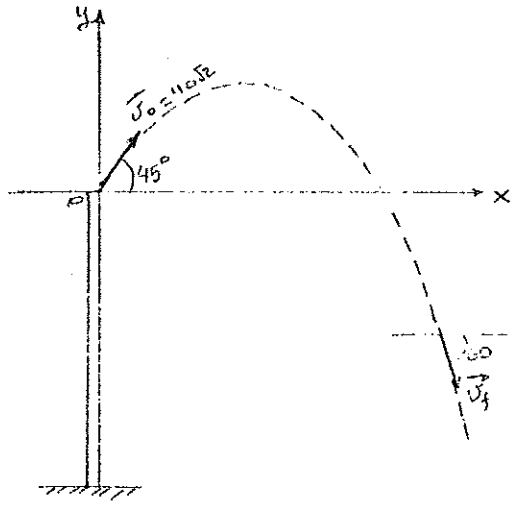
$$v_x = v_{xf}$$

$$v_0\cos\theta = \sqrt{\frac{6}{7}}\,v_0$$

$$\theta = \arccos\left(\sqrt{\frac{6}{7}}\right) = 22{,}22^\circ$$

$$\theta = 22{,}22^\circ$$

55.-Un proyectil es disparado desde lo alto de un acantilado hacia arriba con una velocidad $V_0 = 40\sqrt{2}$ m/seg ,formando un ángulo de 45° con la horizontal.Determinar la velocidad del proyectil en un punto en que forma un ángulo de 60° con la horizontal (indique en un gráfico).



$$V_{0x} = V_x$$

$$V_0 \cos 45 = V_f \cos 60$$

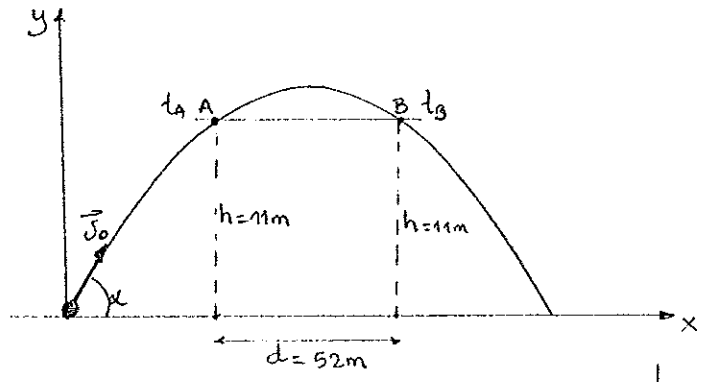
$$V_f = \frac{V_0 \cos 45}{\cos 60} = 80 \text{ m/s}$$

$$\vec{V}_f = 40\sqrt{2}\,(\cos 60\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 60\,\vec{j})$$

$$\vec{V}_f = 28{,}28\,\vec{i} - 48{,}98\,\vec{j} \quad (m/s)$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

56.- Se lanza una pelota de tal forma que pasa justamente sobre dos obstáculos cada uno de 11 metros de altura, que están separados una distancia de 52 metros. Calcular el alcance total del movimiento y la velocidad inicial de lanzamiento, si se conoce que el tiempo empleado en recorrer el espacio entre los dos obstáculos es de 2,6 segundos.



$t_d = t_B - t_A = 2,6$ seg

$\vec{h} = \vec{v}_{oy} t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$

$11 = (v_o \operatorname{Sen}\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

$5t^2 - v_o \operatorname{Sen}\alpha\, t + 11 = 0$

$$t = \frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha \pm \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 4\times5\times11}}{10}$$

$$t_A = \frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha - \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}}{10}$$

$$t_B = \frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha + \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}}{10}$$

$$\hookrightarrow t_B - t_A = 2,6 = \frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha + \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}}{10} - \left\{\frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha - \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}}{10}\right\}$$

$$2,6 = \frac{2\sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}}{10}$$

$$13 = \sqrt{v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220}$$

$$13^2 = v_o^2 \operatorname{Sen}^2\alpha - 220$$

$$(1 - \operatorname{Cos}^2\alpha)v_o^2 - 220 = 13^2$$

$$\operatorname{Cos}^2\alpha = \frac{v_o^2 - 13^2 - 220}{v_o^2}$$

$$\operatorname{Cos}\alpha = \frac{\sqrt{v_o^2 - 13^2 - 220}}{v_o} \quad (1)$$

$d = v_o \operatorname{Cos}\alpha\,(2,6) = 2,6\, v_o \operatorname{Cos}\alpha$

$52 = 2,6\, v_o \operatorname{Cos}\alpha \quad (2)$

(1) en (2):

$$52 = 2,6\, v_o \left\{\frac{\sqrt{v_o^2 - 13^2 - 220}}{v_o}\right\}$$

$\rightarrow v_o = 28,08$ m/s. //

en (1): $\operatorname{Cos}\alpha = 0,712$

$\alpha = 44,6°$ //

$$y = x\tan\alpha - \frac{g x^2}{2v_o^2 \operatorname{Cos}^2\alpha}$$

$$\tan\alpha\,(2v_o^2 \operatorname{Cos}^2\alpha) = 5x$$

$$x = \frac{2v_o^2 \operatorname{Cos}^2\alpha \tan\alpha}{5}$$

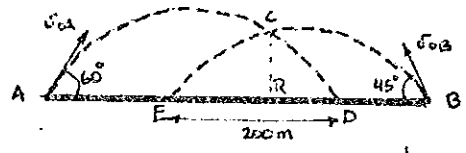
$$x = \frac{2\times(28^2)\operatorname{Cos}^2 44,6° \tan 44,6}{5}$$

$\therefore x = 156,78$ m //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

57.-Dos proyectiles A y B,son lanzados como se indica la figura;después de un cierto tiempo se encuentran en C y se demoran 1 segundo y 0,5 segundos respectivamente en llegar al suelo.Si la distancia entre los dos impactos es de 200 metros.Determinar:

57.1.-Los alcances de cada proyectil.
57.2.-Las tiempos de vuelo.
57.3.-Las alturas máximas.
57.4.-La altura correspondiente,al punto C.



$t_{CD} = 1$ seg

$t_{CE} = 0,5$ seg

$V_{Ay} = V_{oAy} - g t_A$ (0)

$t_A = \frac{V_{oAy}}{g} = \frac{V_{oA} Sen60}{g}$

$t_{AD} = \frac{2 V_{oA} Sen60}{g}$

$y_R = V_{oA} Sen60 \left(\frac{2V_{oA} Sen60}{g} - 1\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{2V_{oA} Sen60}{g} - 1\right)^2 = 0,866 V_{oA} - 5$

$y_R = V_{oB} Sen45 \left(\frac{2V_{oB} Sen45}{g} - 1\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{2V_{oB} Sen45}{g} - 1\right)^2 = 0,353 V_{oB} - 1,25$

Igualando $y_R = y_R$:

$0,866 V_{oA} - 5 = 0,353 V_{oB} - 1,25$ (1)

Otra manera:

$y_{CR} = V_{oA} Sen60 (1) - 5 (1)^2$

$= 0,866 V_{oA} - 5$

$y_{CR} = V_{oB} Sen45 (0,5) - 5 (0,5)^2$

$y_{CR} = 0,353 V_{oB} - 1,25$

$\rightarrow 0,866 V_{oA} - 5 = 0,353 V_{oB} - 1,25$ (1)

$\overline{ED} = \overline{RD} + \overline{RE}$

$\overline{RD} = V_{oAx} t_{CD} = V_{oA} Cos60 (1)$

$\overline{RE} = V_{oBx} t_{CE} = V_{oB} Cos45 (0,5)$

$200 = 0,5 V_{oA} + 0,353 V_{oB}$ (2)

Sistema de dos ecuaciones

Resolviendo:

$V_{oA} = 149,15$ m/s

$V_{oB} = 355,28$ m/s

57.1) Ⓐ: $t_s = \frac{V_{oA} Sen60}{g} = \frac{149,15 Sen60}{10} = 12,91$

$t_v = 2 t_s = 25,83$ seg

$\overline{AD} = V_{oAx} t_v = 149,15 Cos60 (25,83)$

$\overline{AD} = 1925,5$ [m]

Ⓑ: $t_s = \frac{V_{oB} Sen45}{g} = \frac{355,28 Sen45}{g}$

$t_s = 25,12$ seg $\rightarrow t_v = 50,24$ seg

$\overline{BE} = 355,28 Cos45 (50,24)$

$\overline{BE} = 12621,33$ [m]

57.2) Ⓐ $t_v = 25,83$ seg

Ⓑ $t_v = 50,24$ seg

57.3) Ⓐ: $H_{máx} = V_{oAy} t_s - \frac{1}{2} g t_s^2$

$H_{máx} = 129,16 (12,91) - 5 (12,91)^2$

$H_{máx} = 834,1$ [m]

Ⓑ: $H_{máx} = V_{oB} t_s - \frac{1}{2} g t_s^2$

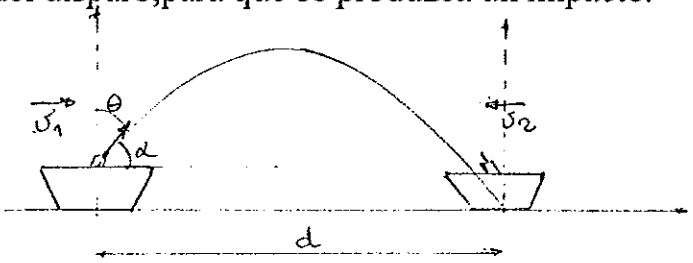
$H_{máx} = 251,22 (25,12) - 5 (25,12)^2$

$H_{máx} = 3155,5$ [m]

57.4) $y_C = 0,866 V_{oA} - 5 = 124,16$ [m]

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

58.-Dos barcos están en direcciones opuestas a lo largo de trayectorias paralelas separadas entre sí por una distancia d.La velocidad de uno de ellos es V_1,la del otro es V_2 y,en el momento en que la línea que los une es perpendicular a la dirección de sus rumbos,uno de los barcos dispara sobre el otro.Suponiendo que la componente horizontal Vo de la velocidad del proyectil con relación al barco que lo disparó es constante,encontrar, en función de V_1, V_2, Vo y d, cuál debe ser el ángulo θ entre la dirección del buque blanco y el plano vertical que pasa por el eje del cañon en el momento del disparo,para que se produzca un impacto.



$$d = (v_1 + v_2)t$$

$$t = \frac{d}{(v_1 + v_2)}$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = v_o \operatorname{Sen}\alpha \left(\frac{d}{v_1 + v_2}\right) - 5\left(\frac{d}{(v_1 + v_2)}\right)^2$$

$$\frac{v_o \operatorname{Sen}\alpha}{(v_1 + v_2)} = \frac{5d}{(v_1 + v_2)^2}$$

$$\operatorname{Sen}\alpha = \frac{5d}{(v_1 + v_2)} . v_o$$

$$\operatorname{Sen}(90 - \alpha) = \frac{5d}{(v_1 + v_2)} . v_o$$

$$\cos\theta = \frac{5d\,v_o}{(v_1 + v_2)}$$

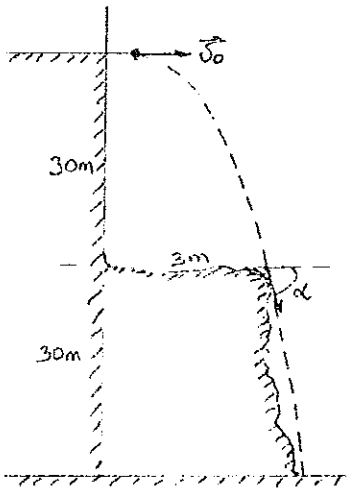
$$\theta = \operatorname{arc}\cos\left[\frac{5d}{(v_1 + v_2)} . v_o\right]$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

59.-Un montañero se encuentra al borde de un acantilado de 60 metros de altura.Este acantilado desciende verticalmente a una altura de 30 metros a continuación se encuentra una cornisa horizontal de 3 metros.El montañero arroja una roca de tal manera que a la mitad de su recorrido pasa rozando el borde de la cornisa.

59.1.-Si lanza la roca horizontalmente,cuál debe ser su velocidad inicial?

59.2.-Calcular el módulo y dirección de la velocidad cuando la roca está a la altura de la cornisa.



59.1) $y = \frac{1}{2} g t^2$

$30 = 5t^2$

$t = 2,5$ seg

$x = v_{ox} t$

$3 = v_o (2,5)$

$v_o = 1,2$ m/s //

59.2) $\vec{v}_f = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$

$\vec{v}_y = \vec{g} t = -10\vec{j}\,(2,5) = -25\vec{j}$

$\vec{v}_f = 1,2\vec{i} - 25\vec{j}$ (m/s)

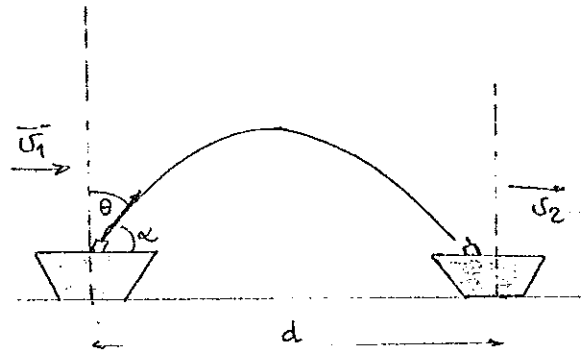
$|v_f| = 25$ m/s.

$\alpha = 87,25°$

$\vec{v}_f = (25$ m/s ; E $87,25°$ S$)$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

60.-Repetir el problema 58,para el caso en que los dos barcos están viajando en la misma dirección y no en dirección opuesta.



$$d = (v_1 - v_2)t$$

$$t = \frac{d}{v_1 - v_2}$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = v_o \operatorname{Sen}\alpha \left(\frac{d}{v_1 - v_2}\right) - 5\left(\frac{d}{v_1 - v_2}\right)^2$$

$$v_o \operatorname{Sen}\alpha = \frac{5d}{v_1 - v_2}$$

$$\operatorname{Sen}\alpha = \frac{5d}{(v_1 - v_2)}\, v_o$$

$$\operatorname{Sen}(90 - \theta) = \frac{5d}{(v_1 - v_2)} v_o$$

$$\cos\theta = \frac{5d\, v_o}{v_1 - v_2}$$

$$\theta = \operatorname{arc}\cos\left[\frac{5d}{(v_1 - v_2)} . v_o\right] \quad //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

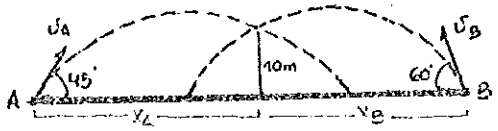
61.-Dos cazadores A y B,están enfrentados y situados a 200 metros,de distancia,disparan con ángulos de 45° y 60° respectivamente,con una diferencia de tiempo de 1 segundo hacia un mismo blanco que se encuentra a 10 metros de altura sobre el plano en que ambos se hallan.Si sus proyectiles hacen impactan al mismo tiempo en el blanco.

61.1.-Las velocidades iniciales.

61.2.-Las distancias horizontales desde el blanco hacia los cazadores.

61.3.-Los tiempos respectivos.

$AB = 200\ m$



$t_A = t \quad , \quad t_B = t-1$

$X_A = (v_{oA}\cos 45)t \qquad ①$

$X_B = (v_{oB}\cos 60)(t-1) \qquad ②$

$X_A + X_B = 200 \qquad ③$

① ^ ② en ③ :

$(v_{oA}\cos 45)t + (v_{oB}\cos 60)(t-1) = 200$

$\frac{\sqrt{2}}{2} v_{oA} t + \frac{v_{oB}}{2}(t-1) = 200$

$v_{oB} = \frac{400 - \sqrt{2}\, v_{oA} t}{(t-1)} \qquad ④$

$y = v_{oA}\operatorname{sen}45\, t - \frac{1}{2} g t^2$

$y = v_{oB}\operatorname{sen}60\,(t-1) - \frac{1}{2} g (t-1)^2$

$v_{oA}\operatorname{sen}45\, t - \frac{1}{2} g t^2 = v_{oB}\operatorname{sen}60\,(t-1) - \frac{1}{2} g (t-1)^2 \qquad ⑤$

④ en ⑤

$\frac{\sqrt{2}}{2} v_{oA} t - 5t^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{400 - \sqrt{2}\, v_{oA} t}{(t-1)}\right)(t-1) - 5(t-1)^2$

$0.707\, v_{oA} t - 5t^2 = 0{,}866\left(\frac{400 - 1{,}41\, v_{oA} t}{(t-1)}\right)(t-1) - 5(t^2 - 2t + 1)$

$10 + 5t^2 = 346{,}4 - 1{,}731\,(10 + 5t^2) + 10t - 5$

$13{,}65t^2 - 10t - 314 = 0$

$t = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 4(13{,}65)(314)}}{27{,}3} \rightarrow t = 5{,}176\ seg$

61.1) $10 = v_{oA}\operatorname{sen}45\, t - 5t^2$

$v_{oA} = 39{,}33\ m/s$

$10 = v_{oB}\operatorname{sen}60\,(t-1) - 5(t-1)^2$

$v_{oB} = 26{,}87\ m/s$

61.2) en ① $X_A = 143{,}94\ [m]$

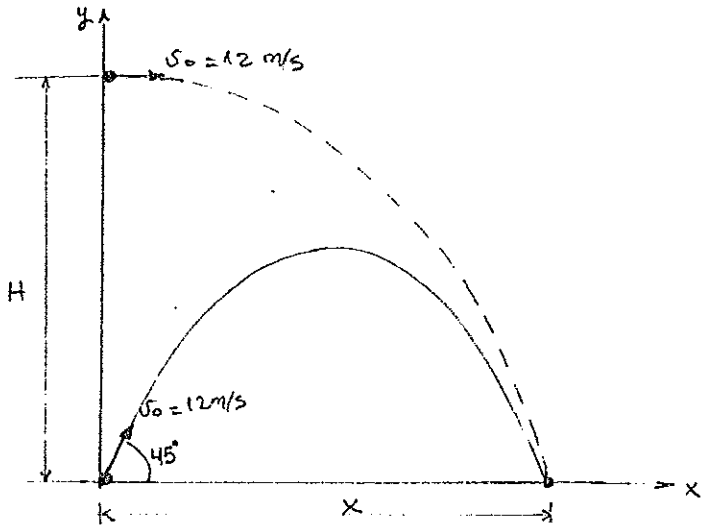
en ② $X_B = 56{,}10\ [m]$

61.3) $t_A = 5{,}176\ seg$

$t_B = 4{,}176\ seg$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

62.- Una pelota se lanza con una velocidad Vo=12 m/s,y formando un ángulo de 45° con la horizonte;la pelota cae en tierra a una distancia x del sitio de lanzamiento.Desde que altura H se debe lanzar horizontalmente esta misma pelota con la misma velocidad Vo,para que caiga en el mismo sitio.



$$y = x\tan\theta - \frac{g x^2}{2V_o^2\cos^2\theta}$$

$$x = \frac{V_o^2\cos^2\theta\tan\theta}{5}$$

$$x = \frac{12^2\cos^2 45\tan 45}{5} = 14{,}4\ [m]$$

$$x_1 = 14{,}4\ m$$

$$x_2 = V_{ox2}\,t$$

$$x_2 = 12t$$

$$x_1 = x_2$$

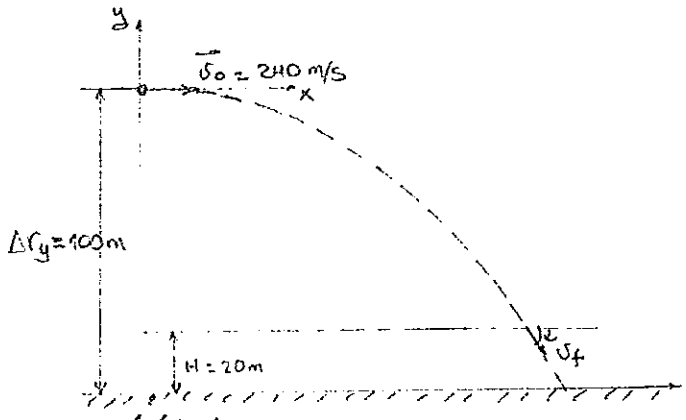
$$14{,}4 = 12t$$

$$t = 1{,}2\ seg$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = 5\times 1{,}2^2 = 7{,}2\ m$$

$$\Rightarrow H = 7{,}2\ [m]\ //$$

63.-Desde un lugar situado a una altura de 100 metros se lanza horizontalmente un proyectil con una velocidad inicial de 240 m/s.Determinar:
63.1.-Donde se encuentrará el proyectil al cabo de 4 segundos.
63.2.-Cuál es la magnitud y dirección de la velocidad del proyectil en ese instante?



Análisis:

63.1) $y = \frac{1}{2} g t^2$

$-100 = \frac{1}{2}(-10) t^2$

$t = 4{,}47$ seg

$\Delta r_{y1} = \frac{1}{2} g t_1^2 = 5 \times 4^2 = 80$ m

$H = 100 - 80 = 20$ [m]

$H = 20$ [m] sobre el suelo

63.2) $v_{y4} = v_{0y}^{0} - g t$

$v_{y\,4\,seg} = -10 \times 4 = -40$ m/s

$v_{x\,4\,seg} = v_0 = 240$ m/s

$\vec{v}_f = 240\vec{i} - 40\vec{j}$ m/s

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{40}{240}\right) = 9{,}46°$

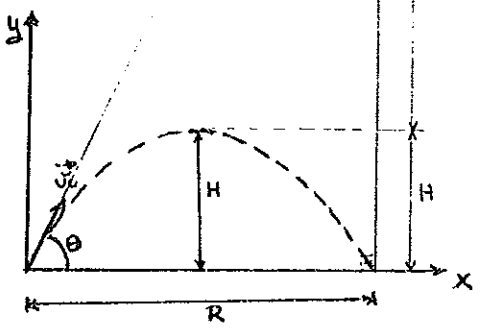
$\vec{v}_f = 243{,}31$ m/s $\quad \alpha = 9{,}46°$

65.-Se quiere que un proyectil tenga una altura máxima H y un alcance R como se indica en la figura.
Demostrar que se debe ser disparado con un ángulo de lanzamiento:

$$\theta = arcSen\left(\frac{4H}{\sqrt{R^2+16H^2}}\right)$$

y la velocidad inicial:

$$V_0 = \sqrt{\frac{g\left(R^2+16H^2\right)}{8H}}$$



$$y = x\tan\theta - \frac{g x^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

$$H = \frac{R}{2}\left(\frac{H+y}{R}\right) - \frac{g\,(R/2)^2}{2v_0^2\left(\frac{R}{\sqrt{R^2+(H+y)^2}}\right)^2} \quad (1)$$

Desarrollando:

$$H = \frac{H+y}{2} - \frac{(y+H)^2}{16H}$$

$$\frac{-y^2-2yH+H^2}{16H} - H + \frac{H+y}{2} = 0$$

$$-y^2 - 9H^2 + 6Hy = 0 \quad (2)$$

$$\hookrightarrow y^2 - 6Hy + 9H^2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{6H \pm \sqrt{36H^2 - 4\times 9H^2}}{2}$$

$$y = 3H \;//$$

Otra manera es derivando la función:

$$2y - 6H = 0$$

$$y = 3H$$

la segunda derivada en (2) es decir un máximo $y'' < 0$

$$-2 < 0$$

$$Sen\theta = \frac{4H}{\sqrt{R^2+16H^2}} \quad (3)$$

$$\theta = arc\,Sen\,\frac{4H}{\sqrt{R^2+16H^2}} \;//$$

$$v_y^2 = v_{oy}^2 - 2gH$$

$$(v_o Sen\theta)^2 = 2gH$$

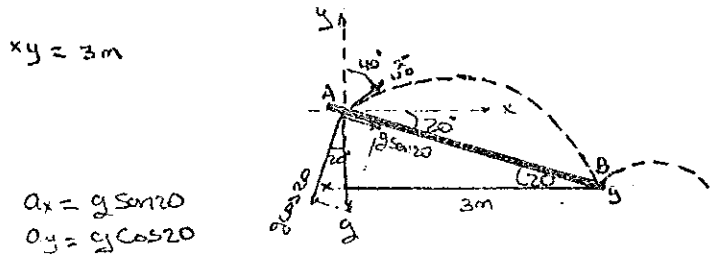
$$v_o^2 = \frac{2gH}{Sen^2\theta} \quad (4)$$

reemplazando (3) en (4)

$$v_o = \sqrt{\frac{g(R^2+16H^2)}{8H}} \;//$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

64.-Se deja caer verticalmente una pelota sobre el punto A de un plano inclinado 20°,la pelota rebota formando un ángulo de 40° con la vertical,sabiendo que el próximo rebote tiene lugar en B.Calcular:
64.1.-La velocidad con la cual rebota la pelota en A.
64.2.-El tiempo requerido para que la pelota se mueva de A a B.



64.1) $\overline{AB} = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$\overline{AB} = v_o \cos 70\, t + \frac{1}{2} g \sin 20\, t^2$

$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}a_y t^2$

$y = v_o \sin 70\, t - \frac{1}{2} g \cos 20\, t^2$

$v_f^{\,0} = v_{oy} - a_y t \Rightarrow t_s = \frac{v_o \sin 70}{g \cos 20}$ ①

$\overline{AB} = v_o \cos 70 \left(\frac{2 v_o \sin 70}{g \cos 20}\right) + \frac{1}{2} g \sin 20 \left(\frac{2 v_o \sin 70}{g \cos 20}\right)^2$ ②

$\overline{AB} = \frac{3}{\cos 20} = 3{,}192$ ③ reemplazo en ②

$3{,}192 = 0{,}0684\, v_o^2 + 0{,}0684\, v_o^2$

$\hookrightarrow v_o = 4{,}83$ m/s //

Otra manera:

$y = x \tan 50 - \frac{5 x 3^2}{v_o^2 \cos^2 50}$

$-1{,}091 = 3 \tan 50 - \frac{5 x 3^2}{v_o^2 \cos^2 50}$

$\hookrightarrow v_o = 4{,}83$ m/s //

64.2) $y = v_{oy}t - \frac{1}{2}g t^2$

$-1{,}091 = 3{,}7t - 5t^2$

$5t^2 - 3{,}7t - 1{,}091 = 0 \rightarrow t = 0{,}965$ seg //

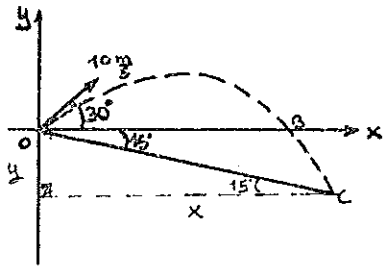
otra manera:

en ①: $t_s = \frac{v_o \sin 70}{g \cos 20} = 0{,}483$ seg $\rightarrow t_v = 0{,}966$ seg

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

66.-En el gráfico Determinar:

66.1.-El tiempo que tarda el proyectil en recorrer el arco OB.
66.2.-El tiempo que tarda el proyectil en recorrer el arco BC.
66.3.-El radio de curvatura en el punto C.
66.4.-La variación del vector velocidad entre los puntos B y C.
66.5.-El vector unitario de la velocidad media para el intervalo de B a C.
66.6.-El vector posición del punto C.



66.1)

$$y = x\tan\theta - \frac{5x^2}{v_0^2\cos^2\theta}$$

$$-x\tan 15 = x\tan 30 - \frac{5x^2}{10^2\cos^2 30}$$

$$-0,268x = 0,577x - 0,066x^2$$

$$x = 12,80\,m$$

$$x = v_{ox}\,t_{OC}$$

$$12,80 = 10\cos 30\, t_{OC}$$

$$t_{OC} = 1,478\ seg$$

$$v_{fy} = v_{oy} - g\,t_s$$

$$t_s = \frac{v_0\sin 30}{g} = 0,5$$

$$t_{OB} = 1\ seg \ //$$

66.2) $t_{BC} = t_{OC} - t_{OB}$

$$t_{BC} = 1,478 - 1 = 0,478\ seg$$

$$\Rightarrow t_{BC} = 0,478\ seg //$$

$$x_{OB} = 10\cos 30\,(1) = 8,66\,m$$

$$\vec{r}_{OB} = 8,66\vec{i}\ (m)$$

66.3) $v_{cx} = v_{ox} = 10\cos 30 = 8,66$

$$\vec{v}_{cx} = 8,66\vec{i}$$

$$\vec{v}_{cy} = \vec{v}_{oy} + \vec{g}\,t_{OC}$$

$$\vec{v}_{cy} = 10\sin 30\vec{j} - 10\vec{j}\,(1,478) = -9,78\vec{j}$$

$$\vec{v}_c = 8,66\vec{i} - 9,78\vec{j}\ (m/s)$$

$$|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{a}\times\vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{|-10\vec{j}\times(8,66\vec{i} - 9,78\vec{j})|}{13,06}$$

$$a_N = 0,507\ m/s^2\ ;\ \rho_c = \frac{v_c^2}{a_N}$$

$$\rho_c = \frac{13,06^2}{0,507} = 336,41\ [m]\ //$$

66.4) $\vec{v}_{By} = \vec{v}_{oy} - \vec{g}\,t_{OB}$

$$\vec{v}_{By} = 5\vec{j} - 10\vec{j}\,(1) = -5\vec{j}\ m/s$$

$$\vec{v}_B = 8,66\vec{i} - 5\vec{j}\ m/s$$

$$\Delta\vec{v}_{BC} = \vec{v}_C - \vec{v}_B = (8,66\vec{i} - 9,78\vec{j}) - (8,66\vec{i} - 5\vec{j})$$

$$\Delta\vec{v}_{BC} = -4,78\vec{j}\ m/s\ //$$

66.5) $\vec{v}_{mBC} = \frac{\Delta\vec{r}_{BC}}{\Delta t_{BC}}$

$$\Delta\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = (12,8\vec{i} - 3,43\vec{j}) - 8,66\vec{i}$$

$$\Delta\vec{r}_{BC} = 4,14\vec{i} - 3,43\vec{j}\ [m]$$

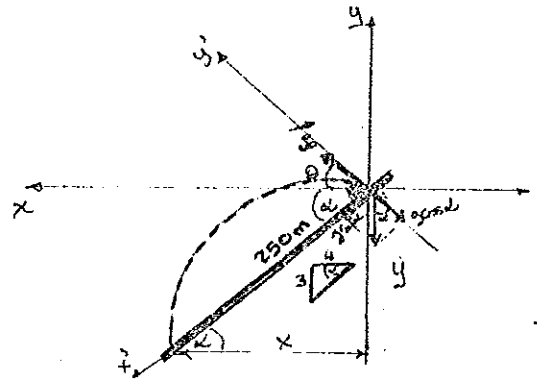
$$\vec{v}_{mBC} = \frac{4,14\vec{i} - 3,43\vec{j}}{0,478} = 8,66\vec{i} - 7,175\vec{j}\ (m/s)$$

$$\vec{\mu}_{v_m} = \frac{\vec{v}_{mBC}}{|\vec{v}_{mBC}|} = 0,77\vec{i} - 0,637\vec{j}\ [m]\ /$$

66.6) $\vec{r}_C = 12,8\vec{i} - 3,43\vec{j}\ [m]\ //$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

67.-Un pequeño objeto se lanza pendiente abajo en la forma indicada en la figura.Determinar la velocidad inicial (Vo).



$x = 250\cos\alpha = 200\,m$

$y = 250\,\mathrm{Sen}\alpha = 149{,}96\,m$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36{,}86^\circ \Rightarrow \theta = 53{,}14^\circ$

$$y = x\tan\theta - \frac{g x^2}{2 v_o^2 \cos^2\theta}$$

$$-149{,}96 = 200\tan 53{,}14^\circ - \frac{5\times 200^2}{v_o^2 \cos^2 53{,}14}$$

$v_o = 36{,}52\ [m/s]$

Otra manera:

$$x' = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (1)$$

$$v_{fy} = v_{oy} - a_y t \Rightarrow t_s = \frac{v_o \mathrm{Sen}90^\circ}{g\cos\alpha}$$

en (1): $250 = v_o\cos 90^\circ\left(\frac{2v_o\mathrm{Sen}90^\circ}{g\cos\alpha}\right) + \frac{1}{2}g\,\mathrm{Sen}\alpha\left(\frac{2v_o\mathrm{Sen}90^\circ}{g\cos\alpha}\right)^2$

$$250 = \frac{1}{2}g\,\mathrm{Sen}\,36{,}86\,\frac{4v_o^2}{g^2\cos^2\alpha}$$

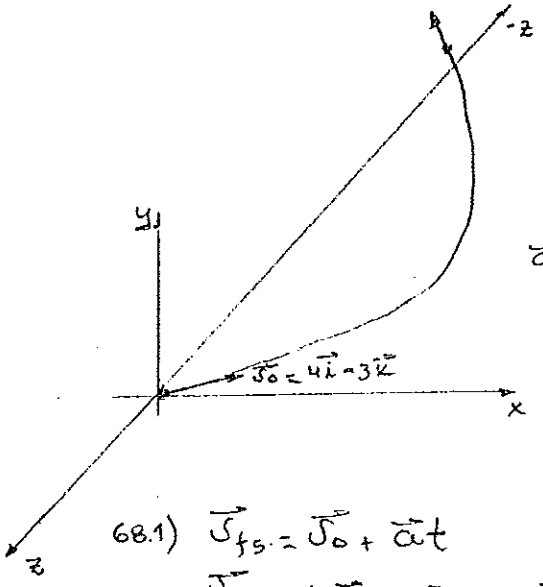
$\hookrightarrow v_o = 36{,}52\ (m/s)$

68.-Una partícula se mueve sobre una mesa horizontal.Al pasar por el origen de coordenadas al tiempo t=0 tiene una velocidad inicial $V_0 = 4\vec{i} - 3\vec{k}$ m/s,en ese instante comienza a actuar constantemente sobre la partícula una aceleración $\vec{a} = -2\vec{i} - 2\vec{k}\ m/s^2$.Determinar:

68.1.-La velocidad en el instante t=5 seg.

68.2.-Las aceleraciones:tangencial,normal y radio de curvatura a t=10 seg.

68.3.-Realice un dibujo aproximado de la trayectoria.



$\vec{a} = -2\vec{i} - 2\vec{k}$

$\mu\vec{v}_0 \neq \mu\vec{a}$ parabólico

$0{,}8\vec{i} - 0{,}6\vec{k} \neq -0{,}707\vec{i} - 0{,}707\vec{k}$

68.1) $\vec{v}_{f5} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$\vec{v}_{f5} = (4\vec{i} - 3\vec{k}) + (-2\vec{i} - 2\vec{k})\times 5$

$\vec{v}_{f5} = -6\vec{i} - 13\vec{k}$ m/s.

68.2) $\vec{v}_{10} = (4\vec{i} - 3\vec{k}) + (-2\vec{i} - 2\vec{k})*10 = -16\vec{i} - 23\vec{j}$ (m/s)

$\vec{a}_t = \frac{\vec{a}.\vec{v}}{v^2}.\vec{v} = \frac{(-2\vec{i} - 2\vec{k}).(-16\vec{i} - 23\vec{j})}{28^2}.(-16\vec{i} - 23\vec{k})$

$\vec{a}_t = -1{,}59\vec{i} - 2{,}286\vec{k}$ (m/s^2) //

$\vec{a}_N = \vec{a} - \vec{a}_t = -0{,}41\vec{i} + 0{,}286\vec{k}$ (m/s^2) //

$\mu\vec{a}_N = -0{,}82\vec{i} + 0{,}572\vec{k}$

$a_N = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_N} = \frac{28^2}{0{,}5} = 1569{,}12$ m //

$\vec{\rho} = 1569{,}12\,(-\mu\vec{a}_N)$

$\vec{\rho} = 1569{,}12\,(0{,}82\vec{i} - 0{,}572\vec{k}) = 1286{,}6\vec{i} - 897{,}53\vec{k}$ [m] //

69.-Una partícula que esta moviendo en el espacio con una velocidad constante de $V_0 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ m/s,entra en un campo gravitacional cuya aceleración es $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}\ m/s^2$.Determinar al cabo de 10 segundos de entrar en el campo.

69.1.-Su desplazamiento.

69.2.-La velocidad.

69.3.-Las aceleraciones:Total,tangencial y normal.

69.4.-El radio de curvatura para t=0 segundos.

69.5.-La velocidad media en el intervalo de 0 a 10 segundos.

69.1) $\vec{\Delta r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$\vec{\Delta r} = (3\vec{i} - 2\vec{j}) * 10 + \frac{1}{2}(2\vec{i} - 4\vec{j})(10^2)$

$\vec{\Delta r} = 130\vec{i} + 180\vec{j}$ [m]

69.2) $\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$\vec{v}_f = (3\vec{i} - 2\vec{j}) + (2\vec{i} - 4\vec{j}) \times 10$

$\vec{v}_f = 23\vec{i} - 42\vec{j}$ (m/s)

69.3) $\vec{a}_t = \frac{\vec{a}.\vec{v}}{|v|^2}.\vec{v}$

$\vec{a}_t = \frac{(2\vec{i} - 4\vec{j})(23\vec{i} - 42\vec{j})}{47,88^2}.(23\vec{i} - 42\vec{j})$

$\vec{a}_t = 2,147\vec{i} - 3,918\vec{j}$ (m/s)

$\vec{a}_N = \vec{a} - \vec{a}_t = -0,147\vec{i} - 0,082\vec{j}$ (m/s^2)

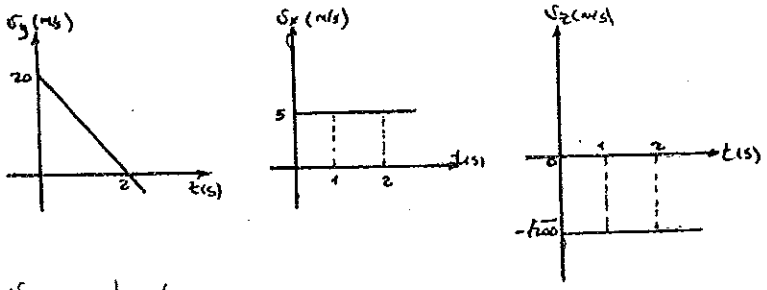
69.4) $\rho = \frac{v^2}{a_N} = \frac{117,88^2}{0,168} = 13645,8$ [m]

69.5) $\vec{v}_{m\ 0-10\ seg} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{130\vec{i} + 180\vec{j}}{10} = 13\vec{i} + 18\vec{j}$ (m/s)

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

70.-Los gráficos corresponden al movimiento de un proyectil

Determinar para este movimiento:
70.1.-El vector aceleración total.
70.2.-El significado del área rayada.
70.3.-El vector posición a t=6 (s)
70.4.-El vector velocidad a t=6 (s)
70.5.-El radio de curvatura a t=6 (s)



70.1)

$v_y = mt + b$

$20 = b$

$0 = m(2) + 20$

$m = -10$

$v_y = -10t + 20$ m/s.

$v_x = 5$ m/s

$v_z = \sqrt{200}$ m/s

$\vec{v} = 5\vec{i} + (-10t+20)\vec{j} - \sqrt{200}\,\vec{k}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$\vec{a} = -10\vec{j}$ m/s² ✓

70.2) $\Delta r_y = \frac{1}{2}(20)(2) = 20$ [m]

$\Delta r_x = 5 \times 2 = 10$ m

$\Delta r_z = 2\sqrt{200} = 28{,}28$ m

70.3)

$\vec{r}_{6seg} = \vec{r}_{2s} + \vec{v}_0 + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$\vec{r}_{6seg} = (10\vec{i} + 20\vec{j} - 28{,}28\vec{k})$

$+ (5\vec{i} + 20\vec{j} - \sqrt{200}\,\vec{k})t + \frac{1}{2}(-10\vec{j})t^2$

$\vec{r}_{6seg} = (10\vec{i} + 20\vec{j} - 28{,}28\vec{k}) + (30\vec{i} + 120\vec{j} - 84{,}85\vec{k}) - 180\vec{j}$

$\vec{r}_{6seg} = 40\vec{i} - 40\vec{j} - 113{,}13\vec{k}$

70.4) $\vec{v}_{6seg} = 5\vec{i} - 40\vec{j} - 14{,}14\vec{k}$ (m/s)

70.5) $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a}\cdot\vec{v})}{(v)^2}\cdot\vec{v}$

$\vec{a}_t = \frac{(-10\vec{j})\cdot(5\vec{i} - 40\vec{j} - 14{,}14\vec{k})}{(42{,}71)^2}\cdot\vec{v}$

$\vec{a}_t = 0{,}219(5\vec{i} - 40\vec{j} - 14{,}14\vec{k})$

$\vec{a}_t = 1{,}095\vec{i} - 8{,}76\vec{j} - 3{,}096\vec{k}$ (m/s²)

$\vec{a}_N = \vec{a} - \vec{a}_t = (-10\vec{j}) - (1{,}095\vec{i} - 8{,}76\vec{j} - 3{,}096\vec{k})$

$\vec{a}_N = -1{,}095\vec{i} - 1{,}24\vec{j} + 3{,}096\vec{k}$

$|\vec{a}_N| = 3{,}51$ m/s²

$R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{42{,}71^2}{3{,}51} = 519{,}7$ [m]

$\vec{\mu}_R = -\vec{\mu}_{a_N} = 0{,}311\vec{i} + 0{,}353\vec{j} - 0{,}881\vec{k}$

$\vec{R} = 519{,}7\,\vec{\mu}_R$

$\vec{R} = 519{,}7(0{,}311\vec{i} + 0{,}353\vec{j} - 0{,}881\vec{k})$

$\vec{R} = 161{,}4\vec{i} - 183{,}45\vec{j} - 457{,}85\vec{k}$ [m],

71.-Cuando un cuerpo se mueve sobre una circunferencia con velocidad constante,explique si permanece o no constante su aceleración.

Si el cuerpo se mueve sobre una circunferencia con $|\vec{v}| = cte \Rightarrow$ genera una aceleración constante y se llama aceleración centripeta y es igual a la aceleración total.

72.-Un disco gira con movimiento uniformemente acelerado.Sobre su periferia se realizan tres disparos desde el mismo lugar sin cambiar la trayectoria y a intervalo iguales de segundo.La velocidad del disco en el instante del primer impacto es de 18 revoluciones por minuto(RPM) Determinar en grados los ángulos formados por los radios de los impactos. $\alpha = 0{,}1 rad/s^2$.

1 Disparo:

$\omega = 18\ rpm\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 1{,}88\ [rad/s]$

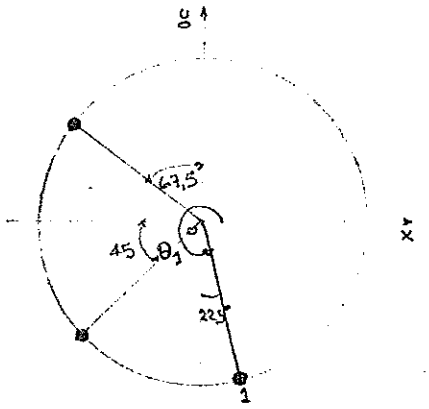
$\omega_f = \omega_0 + \alpha \Delta t_1$

$\Delta t_1 = \frac{1{,}88}{0{,}1} = 18{,}8\ seg$

$\Delta\theta_1 = \frac{1}{2}(0{,}1)(18{,}8)^2$

$\Delta\theta_1 = 17{,}67\ rad$

$\hookrightarrow \theta_{1x} = 292{,}5^\circ$ //



2 disparo:

$\theta_{2x} = 225^\circ$ //

3 disparo:

$\theta_{3x} = 157{,}5^\circ$ //

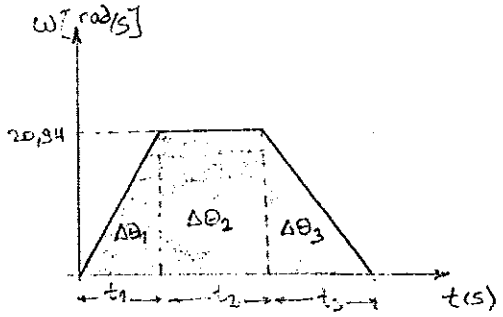
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

73.-Una rueda parte del reposo y acelera de tal manera que su velocidad angular aumente uniformemente a 200 RPM,en 6 seg.Después de haber estado girando por algún tiempo a esta velocidad,se aplican los frenos y la rueda toma 5 minutos en detenerse.Si el número total de revoluciones de la rueda es de 3100.Calcular:

73.1.-El tiempo total de rotación.

73.2.-Resuelva el ejercicio gráficamente.

$\omega = 200\ rpm\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 20{,}94\ \frac{rad}{s}$



73.1) θ_1 :

$\Delta\theta_1 = \omega_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2$ ①

$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t_1} = \frac{20{,}94}{6} = 3{,}49\ rad/s^2$

en ① :

$\Delta\theta_1 = \frac{1}{2}(3{,}49)(6^2) = 62{,}82\ [rad]$

θ_3 :

$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t_3} = \frac{-20{,}94}{300} = -0{,}0698\ rad/s^2$

$\Delta\theta_3 = \omega_{03} t_3 + \frac{1}{2}\alpha t_3^2 \qquad (\omega_f = \omega_{03})$

$\Delta\theta_3 = 20{,}94\,(300) - \frac{1}{2}(0{,}0698)(300)^2$

$\Delta\theta_3 = 3141\ [rad]$

θ_2 : $\Delta\theta_2 = \omega t_2$ ②

$\Delta\theta = n(2\pi) = 3100(2\pi) = 19477{,}87\ rad$

$\Delta\theta = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_3$

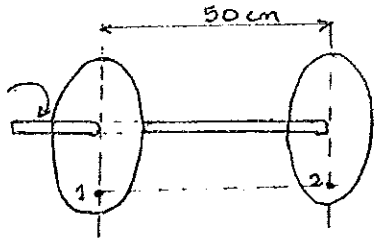
$\Delta\theta_2 = \Delta\theta - \Delta\theta_1 - \Delta\theta_2 = 16274\ rad.$

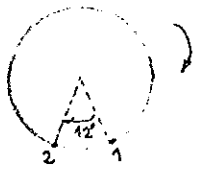
en ② : $t_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega} = \frac{16274}{20{,}94} = 777{,}17\ seg$

$t_T = t_1 + t_2 + t_3 = 1083{,}17\ seg \Rightarrow t_T = 18{,}05\ [min]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

74.-Sobre un eje gira a razón de 1600 RPM hay montados dos discos que se encuentran entre sí a una distancia (d) de 50 cm.Una bala disparada paralelamente al eje, atravieza los dos discos,con la particularidad de que el agujero que produce en el segundo disco resulta desviado un ángulo de 12° con relación al primero.Determinar la velocidad de la bala.





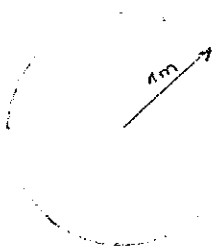
$\omega = 1600\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 167{,}55 \text{ rad/s}$

$\theta = \omega . t \rightsquigarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{12^{\circ}\left(\frac{\pi}{180}\right)}{167{,}55} = 1{,}25\times10^{-3} \text{ seg}$

$t_{bala\,1-2} = t_{q'\,demora\ en\ girar\ 12^{\circ}}$

$\rightarrow S = \frac{d}{t} = \frac{0{,}5}{1{,}25\times10^{-3}} = 400 \text{ [m/s]}$ //

75-Una partícula se mueve sobre una circunferencia de radio 1 metro,la partícula parte del reposo y recorre sobre la circunferencia una distancia de 10 metros en 10 segundos.Determinar la velocidad angular al cabo de 10 segundos.



$v_0 = 0$
$S = 10 \text{ m}$
$t = 10 \text{ seg}$

$S = \Delta\theta . R$

$\Delta\theta = \frac{S}{R} = \frac{10}{1} = 10 \text{ rad}$

$\Delta\theta = \omega_0^{\,0} t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$10 = \frac{1}{2}\alpha (10)^2$

$\hookrightarrow \alpha = 0{,}2 \text{ rad/s}^2$

$\omega_f = \omega_0^{\,0} + \alpha t$

$\omega_f = 0{,}2\times10 = 2 \text{ rad/s}$ //

Otra manera:

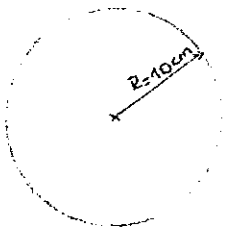
$a_t = \alpha . R = 0{,}2 \text{ m/s}^2$

$S_f = a_t . t = 0{,}2\,(10) = 2 \text{ m/s}$

$\omega_f = \frac{v_f}{R} = \frac{2}{1} = 2 \text{ rad/s}$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

76.-Un punto se mueve por una circunferencia de radio 10cm con una aceleración tangencial constante .Hallar la aceleración centrípeta del punto al cabo de 20 segundos.Se conoce además que al finalizar la quinta vuelta su velocidad lineal es 10 cm/seg.



$a_t = \alpha R$

$a_c = ?$ $\rightsquigarrow t = 20$ seg

Si $n = 5$ $\rightsquigarrow v = 10 \frac{cm}{s} = 0{,}1$ m/s

$\Delta\theta = n(2\pi)$

$\Delta\theta = 5(2\pi) = 31{,}41$ rad

$v_f = a_t \cdot t = \alpha \cdot R \cdot t$

$0{,}1 = \alpha(0{,}1) \cdot t$

$1 = \alpha \cdot t \rightarrow t = \frac{1}{\alpha}$ ① → reemplazo ① en ②

$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ②

$31{,}41 = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\alpha}$

$\alpha = \frac{1}{2 \times 31{,}41} = 0{,}0159$ rad/s²

$v_f = v_o + a_t \cdot t$

$0{,}1 = v_o + (1{,}59 \times 10^{-3})(62{,}89)$

↳ $v_o = 0$ m/s.

$v_{f20} = a_t \cdot t$

$v_{f20} = (1{,}59 \times 10^{-3})(20) = 0{,}0318$ m/s

$a_c = \frac{v_{f20}^2}{R} = \frac{0{,}0318}{0{,}1} = 0{,}0101$ m/s²

Otra manera:

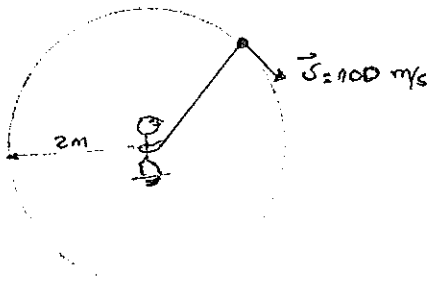
$\omega_f = \omega_o + \alpha t$

$\omega_f = 0{,}0159 \times 20 = 0{,}318$ rad/s

$a_c = \omega_f^2 \cdot R = 0{,}318^2 \times 0{,}1 = 0{,}010$ m/s² //

77.-Un atleta lanza el martillo que gira en un plano horizontal con movimiento uniformente variado,antes del lanzamiento.El momento en el cual sale el martillo de la trayectoria circular descrita tiene una velocidad de 100 m/s.Si dio 2 vueltas antes de salir y el radio de giro es 2 metros.Determinar:

77.1.-Su aceleración angular.
77.2.-El tiempo que se demoró en las dos vueltas.



77.1) $\Delta\theta = n(2\pi)$

$\Delta\theta = 2(2\pi) = 12{,}56$ rad

$v_f = \alpha . R . t$

$v_f = \alpha(2).t$

$100 = 2\alpha t$

$t = \frac{100}{2\alpha}$ ①

$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$

$12{,}56 = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{100}{\alpha}\right)^2$

$\hookrightarrow \alpha = 99{,}52$ rad/s^2

77.2) reemplazo en ① :

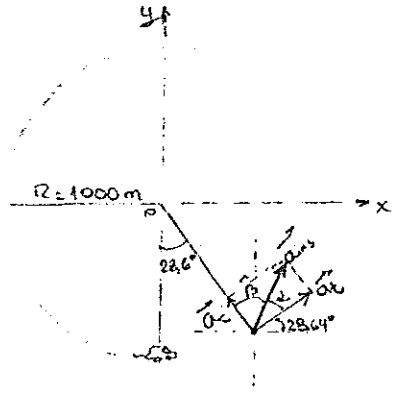
$t = \frac{100}{2\times 99{,}52} = 0{,}5$ seg //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

78.-Un automóvil entra a una curva de 1000m de radio con una velocidad de 72 km/h.La magnitud de la velocidad se incrementa constantemente en 2,5 metros por segundo por cada transcurrido.Cuando el automólvil ha recorrido 500m sobre la curva.Determinar:

78.1.-El tiempo transcurrido desde que tomó la curva.

78.2.-El ángulo formado por la aceleración instantánea con el radio.



$v_0 = 72\ km/h = 20\ m/s$

$a_t = 2,5\ m/s^2$

$s = 500\ m$

78.1) $v_f = v_0 + a_t t$

$v_f = 20 + 2,5t \quad ①$

$v_f^2 = v_0^2 + 2a_t \cdot s \quad ②$

① en ②

$(20+2,5t)^2 = 20^2 + 2(2,5)(500)$

$6,25t^2 + 100t + 400 = 2900$

$6,25t^2 + 100t - 2500 = 0$

$\Rightarrow t = 13,54\ seg$ //

78.2) $v_f = 20 + 2,5(13,54) = 53,85\ \frac{m}{s}$

$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{53,85^2}{1000} = 2,9\ m/s^2$

$a_t = \alpha \cdot R$

$\alpha = \frac{2,5}{1000} = 0,0025\ rad/s^2$

$\omega_0 = \frac{20}{1000} = 0,02\ rad/s$

$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\Delta\theta = 0,02(13,54) + \frac{1}{2}(0,0025)(13,54)^2$

$\Delta\theta = 0,5\ rad.$

$\hookrightarrow 28,64°$

$\vec{a_t} = 2,5(\cos 28,64\,\vec{i} + \operatorname{Sen} 28,64\,\vec{j})$

$\vec{a_t} = 2,19\,\vec{i} + 1,198\,\vec{j}\ \ m/s^2$

$\vec{a_c} = 2,9(-\vec{\mu_r})$

$\vec{\mu_r} = -\cos 28,64\,\vec{j} + \operatorname{Sen} 28,64\,\vec{i}$

$\vec{\mu_r} = -0,877\,\vec{j} + 0,479\,\vec{i}$

$\vec{a_c} = 2,9(0,877\,\vec{j} - 0,479\,\vec{i})$

$\vec{a_c} = -1,389\,\vec{i} + 2,543\,\vec{j}\ \ m/s^2$

$\vec{a_{ins}} = \vec{a_c} + \vec{a_t} = 0,801\,\vec{i} + 3,741\,\vec{j}$

$\hat{\alpha} = \tan^{-1}\left(\frac{0,801}{3,741}\right) = 12,08°.$

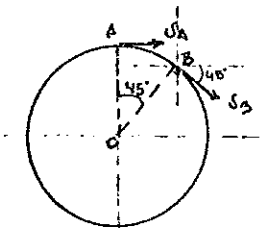
$\hat{\beta} = 77,91°$ //

79.- En la figura determinar el vector aceleración media entre las posiciones A y B.

Datos:

$V_A = 20 m/s$

$V_B = 48{,}2 m/s$



Supongo $R = 10\,m$

$\omega_A = \frac{2\phi}{10} = 2\ rad/s$ $\omega_B = \frac{48{,}2}{10} = 4{,}82\ rad/s$

$$\omega_B^2 = \omega_A^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\alpha = \frac{\omega_B^2 - \omega_A^2}{2\Delta\theta} = \frac{4{,}82^2 - 2^2}{2(\pi/4)} = 12{,}24\ rad/s^2$$

$$\Delta\theta = \omega_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\pi/4 = 2t + \frac{1}{2}(12{,}24)t^2$$

$$\Rightarrow t = 0{,}23\ seg$$

$$\vec{v}_A = 20\vec{i}\ (m/s)$$

$$\vec{v}_B = 48{,}2(\cos 45\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 45\,\vec{j})$$

$$\vec{v}_B = 34{,}08\vec{i} - 34{,}08\vec{j}$$

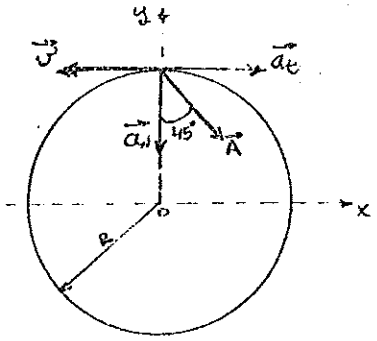
$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}_{AB}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t} = \frac{(34{,}08\vec{i} - 34{,}08\vec{j}) - 20\vec{i}}{0{,}23}$$

$$\vec{a}_m = 61{,}21\vec{i} - 148{,}17\vec{j}\ [m/s^2]$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

80.- En la figura se indican los vectores velocidad y aceleración instantánea.Determinar los valores del módulo de la velocidad y de la aceleración tangencial en ese instante.

Datos:
R=5m
$A = 50 m/s^2$



$\vec{A} = 50(-\cos 45\,\vec{j} + \operatorname{sen} 45\,\vec{i})$

$\vec{A} = -35{,}35\,\vec{j} + 35.35\,\vec{i}$

$a_t = 35{,}35\ m/s^2$ // $\quad a_N = 35{,}35\ m/s^2$

$a_N = \frac{v^2}{R}$

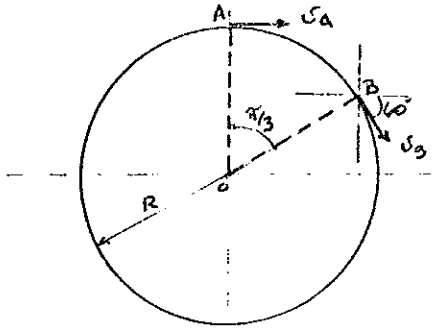
$v = \sqrt{a_N \cdot R} = \sqrt{35{,}35 \times 5} = 13{,}29\ m/s$

$v = 13{,}29\ m/s$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

81.-Una partícula se mueve sobre una circunferencia de radio 4m parte del punto A con una velocidad de 5 m/s y con una aceleración tangencial constante.Luego pasa por el punto B con una velocidad de 10 m/s.Determinar:

81.1.-El vector aceleración media entre los puntos A y B.
81.2.-La aceleración tangencial en B.
81.3.-La aceleración normal en B.



81.1) $\vec{v_A} = 5\vec{i}$ m/s

$\vec{v_B} = 10(\cos 60\vec{i} - \operatorname{Sen} 60\vec{j}) = 5\vec{i} - 8{,}66\vec{j}$ m/s

$\omega_A = \frac{v_A}{R} = \frac{5}{4} = 1{,}25$ rad/s $\qquad \omega_B = \frac{v_B}{R} = \frac{10}{4} = 2{,}5$ rad/s

$\Delta\theta = \omega_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\pi/3 = 1{,}25t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad \Big| \quad \alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_o^2}{2\Delta\theta} = \frac{2{,}5^2 - 1{,}25^2}{2(\pi/3)} = 2{,}238$ rad/s^2

$\pi/3 = 1{,}25t + \frac{1}{2}\cdot 2{,}238 t^2 \Rightarrow t = \frac{-1{,}25 + 2{,}49}{2{,}22} = 0{,}56$ seg

$\vec{a_m} = \frac{\Delta v_{AB}}{t} = \frac{(5\vec{i} - 8{,}66\vec{j}) - 5\vec{i}}{0{,}56} = -15{,}46\vec{j}$ (m/s^2) //

81.2) $a_{tB} = \alpha \cdot R = 2{,}238 \times 4 = 8{,}95$ m

$\vec{a_{tB}} = 8{,}95(\cos 60\vec{i} - \operatorname{Sen} 60\vec{j}) = 4{,}47\vec{i} - 7{,}75\vec{j}$ [m/s^2] //

81.3) $a_{nB} = \frac{v_B^2}{R} = \frac{10^2}{4} = 25$ m/s^2

$\vec{a_{nB}} = 25(-\cos 30\vec{i} - \operatorname{Sen} 30\vec{j})$

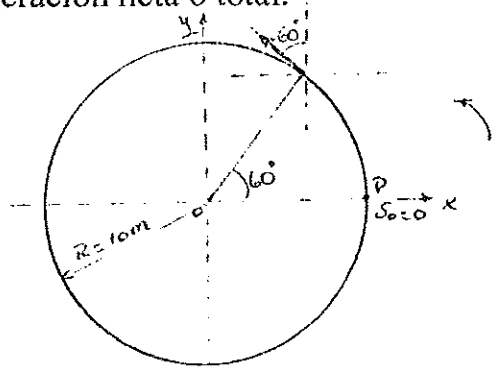
$\vec{a_{nB}} = -21{,}65\vec{i} - 12{,}5\vec{j}$ [m/s^2] //

82.-Una partícula parte del reposo desde un punto P con una aceleración tangencial constante de 2 m/s^2, siguiendo una trayectoria circular de radio 10m. Cuando ha girado un ángulo a $7\pi/3$ radianes. Calcular en términos de $\vec{i}, \vec{j}$.

82.1.-La velocidad de la partícula.

82.2.-La aceleración normal.

82.3.-La aceleración neta o total.



82.1) $a_t = \alpha . R \Rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ rad/s}^2$

$\Delta\theta = \omega_0^{\circ} t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$7\pi/3 = \frac{1}{2}(0,2)t^2$

$t = 8,56 \text{ seg}$

$\omega_f = \omega_0^{\circ} + \alpha t = 0,2 \times 8,56 = 1,712 \text{ rad/s}$

$v_f = \omega_f . R = 17,12 \text{ m/s}$

$\vec{v}_f = 17,12(\cos 60\,\vec{j} - \text{Sen}\,60\,\vec{i})$

$\vec{v}_f = 8,56\,\vec{j} - 14,82\,\vec{i}$ [m/s] //

82.2) $a_N = \frac{v_f^2}{R} = \frac{17,12^2}{10} = 29,3 \text{ m/s}^2$.

$\vec{a}_N = 29,3(-\cos 60\,\vec{i} - \text{Sen}\,60\,\vec{j})$

$\vec{a}_N = -14,65\,\vec{i} - 25,37\,\vec{j}$ (m/s^2) //

82.3) $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_t$

$\vec{a}_t = 2(\cos 60\,\vec{j} - \text{Sen}\,60\,\vec{i})$

$\vec{a}_t = \vec{j} - 1,732\,\vec{i}$ m/s^2

$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_t = -16,38\,\vec{i} - 24,37\,\vec{j}$ m/s^2

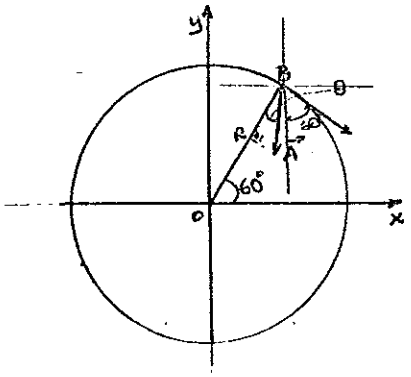
$\vec{a} = -16,38\,\vec{i} - 24,37\,\vec{j}$ [m/s] //

83.-Si las características del movimiento de una partícula en el punto B están dadas en la figura.Determinar en términos de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ la velocidad de la partícula en dicho punto.

A= módulo de la aceleración en el punto $B = 2m/s^2$.

R=radio del circulo = 1m.

θ =ángulo entre OB y $\vec{A} = 20°$



$\vec{A} = a_N \vec{\mu}_N + a_t \vec{\mu}_t$

$a_N = 2\cos 20 = 1{,}879 \ m/s^2$

$a_t = 2\,\text{Sen}20 = 0{,}684 \ m/s^2$

$\vec{A} = 1{,}87\vec{\mu}_N + 0{,}684\vec{\mu}_t \quad (m/s^2)$

$a_N = \frac{v^2}{R}$

$v = \sqrt{a_N \cdot R} = \sqrt{1{,}879 \times 1} = 1{,}37 \ m/s$

$\vec{v} = 1{,}37(-\cos 60\vec{j} + \text{Sen}60\vec{i})$

$\vec{v} = -0{,}685\vec{j} + 1{,}186\vec{i} \quad [m/s]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

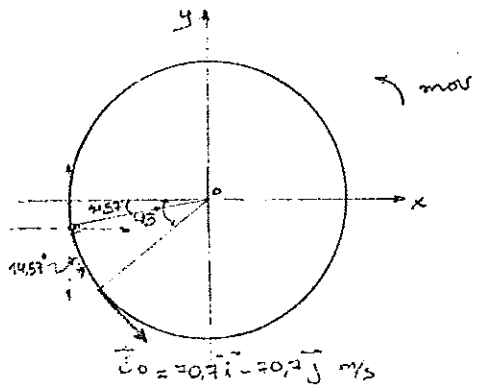
84.-Una partícula gira antihorariamente con movimiento circular uniforme alrededor del origen de coordenadas a una distancia de 10 m.Si al t=0 tiene una velocidad $\vec{Vo} = 70{,}7\vec{i} - 70{,}7\vec{j} m/s$ .Determinar:

84.1.-Su posición angular inicial.

84.2.-Su posición angular para cualquier t.

84.3.-La velocidad a los 10 segundos.

84.4.-La aceleración para cualquier t.



84.1) $\theta_0 = 225\left(\frac{\pi}{180}\right) = \frac{5\pi}{4} = 3{,}92$ [rad]

84.2) $\theta_f = \theta_0 + \omega t$

$\omega = \frac{S}{R} = \frac{100}{10} = 10$ rad/s

$\theta_f = 3{,}927 + 10t$ [rad] //

84.3) $\theta_f = 3{,}927 + 10 \times 10 = 103{,}92$ rad

$\hookrightarrow \theta_f = 194{,}57°$

$\vec{v}_{10} = 100\left(-\cos 14{,}57\,\vec{j} + \operatorname{Sen} 14{,}57\,\vec{i}\right)$

$\vec{v}_{10} = -96{,}78\,\vec{j} + 25{,}15\,\vec{i}$ m/s.

84.4) $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_t^{\,0}$

$\vec{a} = \vec{a}_N$

$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{100^2}{10} = 1000$ m/s² //

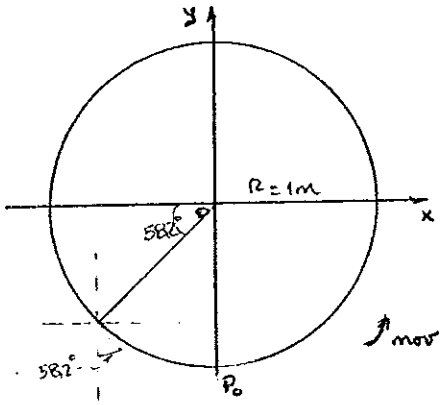
$\vec{a}_N = 1000\,\vec{\mu}_N$ (m/s²)

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

86.- Una partícula parte del reposo en el punto Po y recorre una trayectoria circular con movimiento circular uniformemente variado en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj,4 segundos más tarde la magnitud de su aceleración vale $a = 8{,}246 m/s^2$ .Calcular:

86.1.-La aceleración angular.

86.2.-La velocidad de la partícula a los 4 segundos.



86.1)

$\omega_f = \omega_0^{\circ} + \alpha t$

$\omega_f = 4\alpha$

$v_f = \omega_f . R = 4\alpha$ m/s

$a_N = \frac{v_f^2}{R} = \frac{4^2\alpha^2}{1}$

$a_t = \alpha . R = 1.\alpha$

$a_t = \alpha$ m/s^2

$a^2 = a_N^2 + a_t^2$

$8{,}24^2 = (4^2\alpha^2)^2 + \alpha^2$

$16\alpha^4 + \alpha^2 - 68 = 0$

Escojo $\alpha > 0$

$\alpha = 0{,}716$ rad/s^2

86.2) $S_{4seg} = 4\alpha = 4(0{,}716)$

$S_{4seg} = 2{,}864$ m/s

$\Delta\theta = \omega_0^{\circ} t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\Delta\theta = \frac{1}{2}(0{,}716)(4^2) = 5{,}72$ rad.

$\rightarrow 328{,}2^{\circ}$.

$\vec{v}_{4seg} = 2{,}864\left(-\cos 58{,}2\,\vec{j} + \operatorname{Sen} 58{,}2\,\vec{i}\right)$

$\vec{v}_{4seg} = -1{,}51\,\vec{j} + 2{,}434\,\vec{i}$ [m/s] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

85.-Una partícula se mueve por la trayectoria circular (R=1 m) de la figura.Al instante t= 0 segundos se encuentra en el punto A ,a partir del cual su movimiento es uniforme retardado $\alpha = \pi/3 s^{-2}$; $V_0 = 4 m/s$.

Determinar:

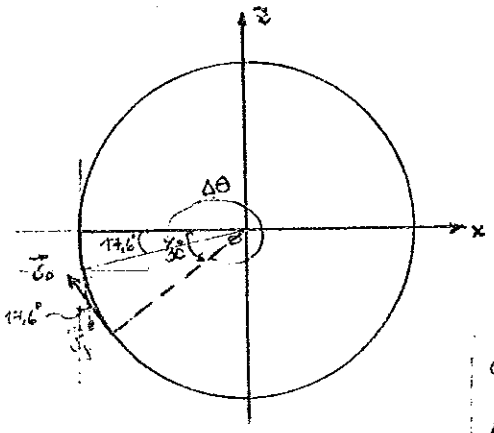
85.1.-Para el intervalo de 0 a 10 segundos.

a.1.-El número de revoluciones efectuadas.

a.2.-El vector desplazamiento.

a.3.-El vector velocidad media.

85.2.-La aceleración a t= 10 segundos.



a.1) $\alpha = \frac{\pi}{3} = 1,047 \ rad/s^2$

$\omega_0 = \frac{V_0}{R} = 4 \ rad/s$

$\omega_f = -\omega_0 + \alpha t$

$t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{4}{1,047} = 3,82 \ seg$

$\Delta\theta_1 = -\omega_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2$

$\Delta\theta_1 = -4(3,82) + \frac{1}{2}(1,047)(3,62)^2$

$\Delta\theta_1 = -7,64 \ rad \ \curvearrowright$

$\Delta\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2 = \frac{1}{2}(1,047)(6,18^2)$

$\Delta\theta_2 = 20 \ rad \ \curvearrowleft$

$\Delta\theta = |\Delta\theta_1| + |\Delta\theta_2|$

$\Delta\theta = 27,64 \ rad$

$\Delta\theta = n(2\pi)$

$n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{27,64}{2\pi} = 4,4 \ rev$ //

85.2) $\vec{a_N} = 41,86(-\vec{\mu_r})$

$\vec{\mu_r} = -0,953\vec{i} - 0,302\vec{k}$

$\vec{a_N} = 41,86(0,953\vec{i} + 0,302\vec{k})$

$\vec{a_N} = 39,89\vec{i} + 12,64\vec{k} \ m/s^2$

$\vec{a_t} = 1,047(-\cos 17,6\vec{k} + \operatorname{sen} 17,6\vec{i})$

$\vec{a_t} = -0,997\vec{k} + 0,316\vec{i}$

$\vec{a} = 40,2\vec{i} + 11,643\vec{k} \ (m/s^2)$ //

a.2) $\Delta\theta = -\omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$

$\Delta\theta = -4(10) + \frac{1}{2}(\pi/3)(10^2) = 12,35 \ rad$

$\hookrightarrow 347,6°$

$\vec{r_f} = 1(-\cos 17,6\vec{i} - \operatorname{sen} 17,6\vec{k})$

$\vec{r_f} = -0,953\vec{i} - 0,302\vec{k} \ (m)$

$\vec{r_0} = 1(-\cos 30\vec{i} - \operatorname{sen} 30\vec{k})$

$\vec{r_0} = -0,866\vec{i} - 0,5\vec{k} \ (m)$

$\Delta\vec{r} = \vec{r_f} - \vec{r_0} = -0,087\vec{i} + 0,2\vec{k} \ [m]$ //

a.3) $\vec{V_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{-0,087\vec{i} + 0,2\vec{k}}{10}$

$\vec{V_m} = -0,0087\vec{i} + 0,02\vec{k} \ [m/s]$

85.2) $\omega_f = -\omega_0 + \alpha t$

$\omega_f = -4 + 1,047(10) = 6,47 \ rad/s$

$V_f = \omega_f \cdot R = 6,47 \ m/s^2$

$a_N = \frac{V^2}{R} = \frac{6,47^2}{1} = 41,86 \ m/s^2$

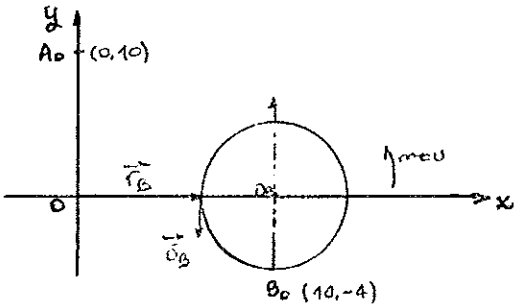
$a_t = \alpha \cdot R = 1,047(1) = 1,047 \ m/s^2$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

87.- Dos partículas A y B se mueven en el plano XY.La partícula A se mueve con velocidad constante $\vec{V}_A = -2\vec{j}$ m/s,la partícula B gira a lo largo del círculo de radio $R_B = 4m$ y con centro en $O_B(10; 0)$ en dirección antihoraria con velocidad angular constante $\omega_B = \pi$ rad/s . Las dos partículas inician su movimiento al mismo instante t=0 en los puntos $A_0(0; 10)$m y $B_0(10; -4)$m. Determinar al instante t=1,5 segundos, en términos de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

87.1.-La posición de A respecto a B.

87.2.-La velocidad de B respecto a A.



87.1)

Partícula A:

$\vec{r}_A = \vec{r}_{0A} + \vec{v}_A t$

$\vec{r}_A = 10\vec{j} + (-2\vec{j})(1,5)$

$\vec{r}_A = 7\vec{j}$ m

$\vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$

$\vec{r}_{A/B} = 7\vec{j} - 6\vec{i}$ [m]

↳ con respecto al sistema xy

Partícula B:

$\Delta\theta = \omega_B t$

$\Delta\theta = \pi(1,5) = 4,71$ rad

$\Delta\theta = 270°$

$\vec{r}_B = -4\vec{i}$ con respecto a O_B.

$\vec{r}_B = 6\vec{i}$ con respecto a O.

87.2)

$\vec{v}_A = -2\vec{j}$ m/s

$v_B = \omega_B \cdot R = \pi(4) = 4\pi$ m/s²

$\vec{v}_B = -4\pi\vec{j}$

$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

$\vec{v}_{B/A} = -4\pi\vec{j} - (-2\vec{j})$

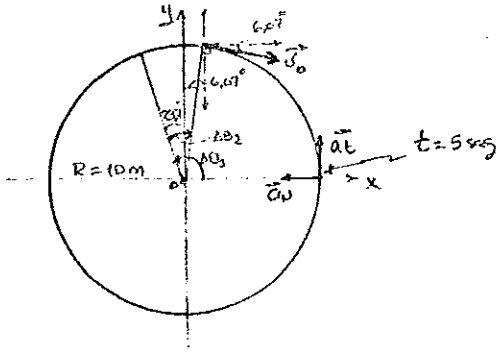
$\vec{v}_{B/A} = (-4\pi + 2)\vec{j}$ [m/s]

88.-Una partícula gira antihorariamente sobre una circunferencia de radio de 10m.En el instante t= 5(s) se encuentran en la posición $10\vec{i}$ m,y su aceleración es$(-5\vec{i}+4\vec{j})\ m/s^2$.Determinar para el tiempo t= 0 (s):

88.1.-La velocidad inicial en términos de $\vec{i}, \vec{j}$.

88.2.-La aceleración angular.

88.3.-La aceleración normal en términos de $\vec{i}, \vec{j}$.



$a_t = 4\ m/s^2$; $a_t = \alpha . R$

$4 = \alpha (10)$

$\hookrightarrow \alpha = 0,4\ rad/s^2$

$a_N = \frac{v^2}{R} = 5 \Rightarrow v^2 = 5,10$

$\hookrightarrow v = 7,07\ m/s$

$\omega_f = 0,707\ rad/s$

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t_5$

$0,707 = \omega_0 + 0,4\,(5)$

$\omega_0 = -1,293\ rad/s.$

tiempo de ida = Retardado. $\vec{\omega}_{t_0} = -\vec{\omega}_{t_1}$

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t_1$

$0 = t_1 = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{1,293}{0,4} = 3,23\ seg$

tiempo de regreso. Acelerado

$t_2 = 1,77\ seg$

I Método :

$\Delta\theta_1 = -1,293(3,23) + \frac{1}{2}(0,4)(3,23^2)$

$\Delta\theta_1 = -2,08\ rad \Rightarrow 119,7°$

tomo sentido del angulo positivo ya que quiero saber desde donde partió inicialmente a t=0.

$\Delta\theta_2 = \frac{1}{2}(0,4)(1,77^2) = 0,626\ rad$

$\hookrightarrow \Delta\theta_2 = 35,9$ tomo el sentido contrario del desplazamiento ya que quiero saber desde donde partio inicialmente. $\Rightarrow \Delta\theta_2 = -359°$

Otra manera de saber el ángulo inicial :

$\Delta\theta = -\omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\Delta\theta = -1,293(5) + \frac{1}{2}(0,4)5^2 = -1,465$

$\hookrightarrow \Delta\theta = -83,93°$ tomo el signo contrario para saber donde esta inicialmente.

Y observamos que llegamos a lo mismo del 1 Método.

88.1) $v_0 = \omega_0 R = 1,293 \times 10 = 12,93\ m/s$

$\vec{v}_0 = 12,93(\cos 6,07\,\vec{i} - \operatorname{sen} 6,07\,\vec{j})$

$\vec{v}_0 = 12,85\,\vec{i} - 1,367\,\vec{j}\ [m/s]$ //

88.2) $\alpha = 0,4\ rad/s^2$ //

88.3) $a_N = \frac{v_0^2}{R} = \frac{12,93^2}{10} = 16,71\ m/s^2$

$\vec{a}_N = 16,71(-\cos 83,93\,\vec{i} - \operatorname{sen} 83,93\,\vec{j})$

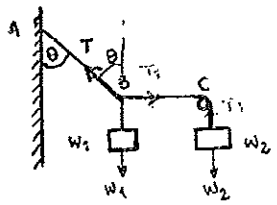
$\vec{a}_N = -1,77\,\vec{i} - 16,61\,\vec{j}\ [m/s^2]$ //

DINAMICA

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

DINAMICA

1.-Determinar el ángulo θ y la tensión en la cuerda AB si $W_1 = 0{,}3kg$ y $W_2 = 0{,}4kg$ .Para que el sistema esté en equilibrio.



Cuerpo W2:

$\sum \vec{F}_y = 0$

$T_1 = 0{,}4\,Kg$

Cuerpo W1:

$\sum \vec{F}_x = 0$ $\quad T\,Sen\theta = T_1$ ①

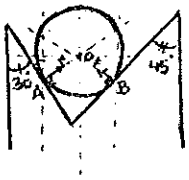
$\sum \vec{F}_y = 0$ $\quad T\,Cos30 = 0{,}3$ ②

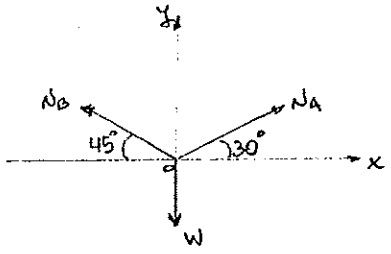
$$\frac{①}{②} = \frac{Sen30}{Cos30} = \frac{T_1}{0{,}3}$$

$$\tan\theta = 1{,}33$$

$$\therefore \theta = 53{,}13^\circ \;//$$

2.-Una esfera de 200 Nt de peso se apoya en dos planos lisos como se indica en la figura.Determinar las reacciones que actúan sobre la esfera.





$\sum \vec{F}_x = 0$

$N_B\,Cos45 = N_A\,Cos30$

$$\Rightarrow N_B = \frac{N_A\,Cos30}{Cos45}$$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N_B\,Cos45 + N_A\,Sen30 = W$ ②

① en ②: $\quad \frac{N_A\,Cos30}{Cos45}.Cos45 + N_A\,Sen30 = W$

$N_A(Cos30 + Sen30) = 200$

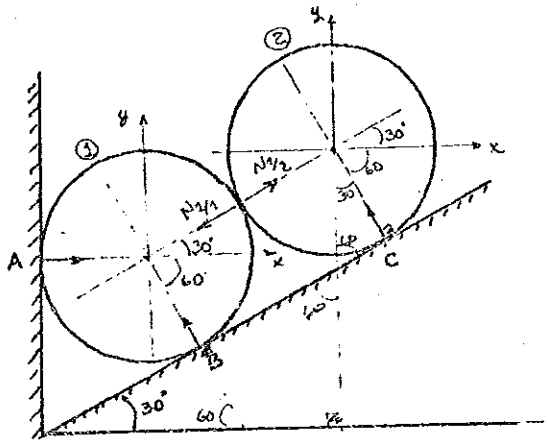
$$\Rightarrow N_A = \frac{200}{Cos30 + Sen30} = 146{,}41\;[N]\;//$$

en ①:

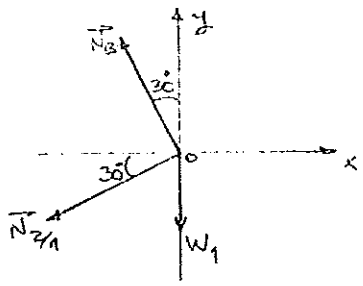
$$\Rightarrow N_B = \frac{146{,}41\,Cos30}{Cos45} = 179{,}31\;[N]\;//$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.-Dos rodillos lisos e iguales de pesos 500 Nt están colocados como se indican en la figura.Hallar las reacciones en los puntos de contacto A,B,C.



Rodillo 1.



$\sum \vec{F}_x = 0$

$N_A - N_B \operatorname{Sen}30 - N_{2/1} \operatorname{Cos}30 = 0$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N_B \operatorname{Cos}30 - N_{2/1} \operatorname{Sen}30 - W_1 = 0$ ②

en ③ $N_{1/2} = \dfrac{N_C \operatorname{Sen}30}{\operatorname{Cos}30}$

③ en ④ :

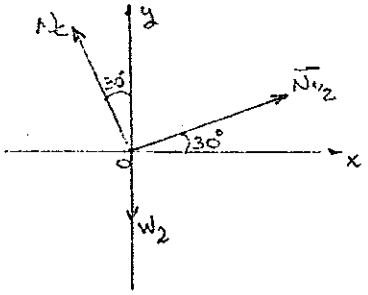
$N_C \operatorname{Cos}30 + \dfrac{N_C \operatorname{Sen}30}{\operatorname{Cos}30} \cdot \operatorname{Sen}30 - W_2 = 0$

$N_C = 250\sqrt{3}$ [N] //

en ③ :

$N_{1/2} = 250$ [N] //

Rodillo 2.:



$\sum \vec{F}_x = 0$

$N_C \operatorname{Sen}30 = N_{1/2} \operatorname{Cos}30$ ③

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N_C \operatorname{Cos}30 + N_{1/2} \operatorname{Sen}30 - W_2 = 0$ ④

en ② :

$N_B = \dfrac{W_1 + N_{2/1} \operatorname{Sen}30}{\operatorname{Cos}30} = \dfrac{500 + 250 \operatorname{Sen}30}{\operatorname{Cos}30}$

$N_B = 721{,}68$ [N] //

en ① :

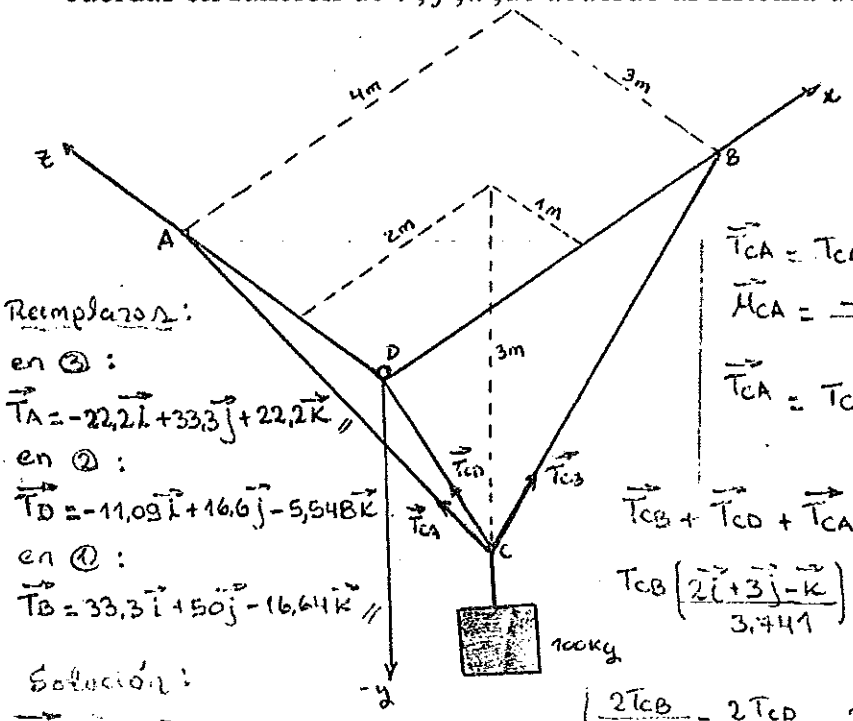
$N_A = N_B \operatorname{Sen}30 + N_{2/1} \operatorname{Cos}30$

$N_A = 721{,}68 \operatorname{Sen}30 + 250 \operatorname{Cos}30$

$N_A = 577{,}34$ [N] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.-Un cuerpo de 100kg está soportado por tres cuerdas sujetos al techo de una habitación como se indica en la figura.Hallar la tensión de cada una de las cuerdas en función de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$,de acuerdo al sistema de coordenadas indicado.



Reemplazo ⑤:

en ③:

$\vec{T}_A = -22{,}2\vec{i} + 33{,}3\vec{j} + 22{,}2\vec{k}$ //

en ②:

$\vec{T}_D = -11{,}09\vec{i} + 16{,}6\vec{j} - 5{,}548\vec{k}$

en ①:

$\vec{T}_B = 33{,}3\vec{i} + 50\vec{j} - 16{,}64\vec{k}$ //

Solución:

$\vec{W} = -100\vec{j}$ A(0,0,3) B(4,0,0)

C(2,-3,1) D(0,0,0)

"C" => Equilibrio : $\sum \vec{F} = 0$

$\vec{R} = \vec{T}_{CB} + \vec{T}_{CD} + \vec{T}_{CA} + \vec{W} = 0$

$\vec{T}_{CB} = T_{CB}\,\vec{\mu}_{CB}$

$\vec{CB} = (\vec{B} - \vec{C}) = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$

$\vec{\mu}_{CB} = \dfrac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|} = \dfrac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}$

$\vec{T}_{CB} = T_{CB}\left(\dfrac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}\right)$ ④

$\vec{T}_{CD} = T_{CD}\,\vec{\mu}_{CD}$

$\vec{\mu}_{CD} = \dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}$

$\vec{T}_{CD} = T_{CD}\left(\dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}\right)$ ②

$\vec{T}_{CA} = T_{CA}\,\vec{\mu}_{CA}$

$\vec{\mu}_{CA} = \dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4{,}123}$

$\vec{T}_{CA} = T_{CA}\left(\dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4{,}123}\right)$ ③

$\vec{T}_{CB} + \vec{T}_{CD} + \vec{T}_{CA} + \vec{W} = 0$

$T_{CB}\left(\dfrac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}\right) + T_{CD}\left(\dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3{,}7411}\right) + T_{CA}\left(\dfrac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4{,}123}\right) - 100\vec{j} = 0$

$\left(\dfrac{2T_{CB}}{3{,}7411} - \dfrac{2T_{CD}}{3{,}7411} - \dfrac{2T_{CA}}{4{,}123}\right)\vec{i} + \left(\dfrac{3T_{CB}}{3{,}7411} + \dfrac{3T_{CD}}{3{,}7411} + \dfrac{3T_{CA}}{4{,}123} - 100\right)\vec{j}$

$+ \left(-\dfrac{T_{CB}}{3{,}7411} - \dfrac{T_{CD}}{3{,}7411} + \dfrac{2T_{CA}}{4{,}123}\right)\vec{k} = \hat{0}$

$\dfrac{2T_{CB}}{3{,}7411} - \dfrac{2T_{CD}}{3{,}7411} - \dfrac{2T_{CA}}{4{,}123} = 0$

$\dfrac{3T_{CB}}{3{,}7411} + \dfrac{3T_{CD}}{3{,}7411} + \dfrac{3T_{CA}}{4{,}123} - 100 = 0$

$-\dfrac{T_{CB}}{3{,}7411} - \dfrac{T_{CD}}{3{,}7411} + \dfrac{2T_{CA}}{4{,}123} = 0$

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3{,}7411} & -\frac{2}{3{,}7411} & -\frac{2}{4{,}123} \\ \frac{3}{3{,}7411} & \frac{3}{3{,}7411} & \frac{3}{4{,}123} \\ -\frac{1}{3{,}7411} & -\frac{1}{3{,}7411} & \frac{2}{4{,}123} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{CB} \\ T_{CD} \\ T_{CA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema:

$T_{CB} = 62{,}35\ kg$ $\quad T_B = 62{,}35\ kg$

$T_{CD} = 20{,}78\ kg$ $\quad T_D = 20{,}78\ kg$

$T_{CA} = 45{,}81\ kg$ $\quad T_A = 45{,}81\ kg$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.-Determinar la tensión en cada cable del sistema de la figura,para que permanezca en equilibrio.

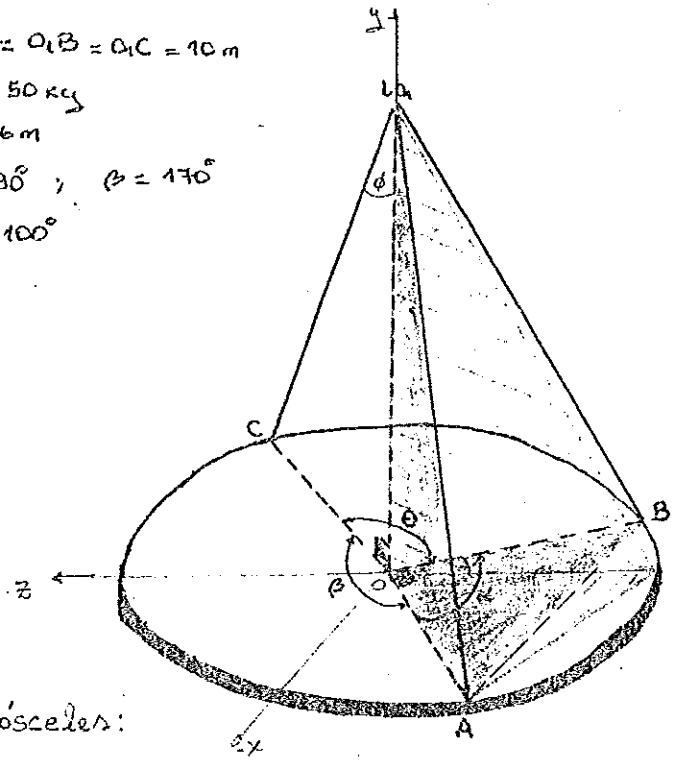
$O_1A = O_1B = O_1C = 10\,m$

$m = 50\,kg$

$R = 6\,m$

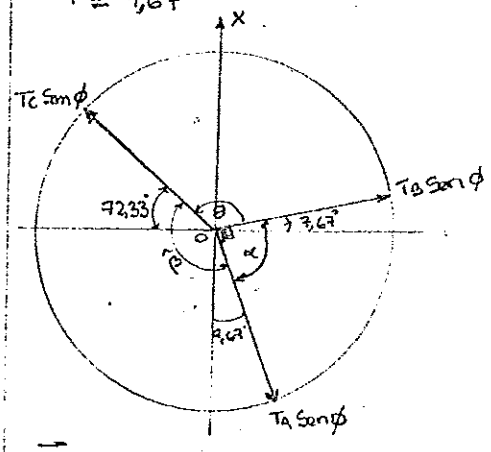
$\alpha = 90°$; $\beta = 170°$

$\theta = 100°$



Despejo de ③ :

$\hat{1} = 7,67°$



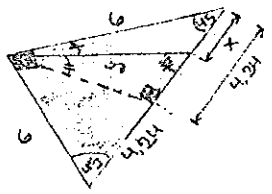
$\sum F_y = 0$

$W = Cos\phi\,(T_A + T_B + T_C)$

$50 = \frac{8}{10}(T_A + T_B + T_C)$

$T_A + T_B + T_C = 62,5$ ①

△ OAB Isósceles:



$Cos\phi = \frac{8}{10}$

$\sum F_x = 0$

$T_B Sen\phi Cos\,82,33 + T_C Sen\phi Sen\,72,33 = T_A Sen\phi Cos\,7,67$

$0,08\,T_B + 0,571\,T_C = 0,594\,T_A$ ②

$\sum F_z = 0$

$T_B Sen\phi Cos\,72,33 - T_B Sen\phi Cos\,7,67 + T_A Sen\phi Sen\,7,67$

$0,182\,T_C = 0,594\,T_B + 0,08\,T_A$ ③

$y^2 = 6^2 + x^2 - 2(6)(x)Cos\,45$

$y^2 = 36 + x^2 - 12x\,Cos\,45$ ①

$y^2 = 6^2 + (8,48-x)^2 - 2(6)(8,48-x)Cos\,45$ ②

① en ②

$36 + x^2 - 8,48 = 36 + (8,48-x)^2 - 8,48(8,48-x)$

↳ despejo x:

$x = 1$

$\tan\hat{3} = \frac{4,21}{3,21}$

$\hat{3} = 52,67°$

$\hat{2} = 37,33°$

$\hat{1} + \hat{2} + 45 = 90$ ③

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -0,594 & 0,08 & 0,571 \\ 0,08 & 0,594 & -0,182 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_A \\ T_B \\ T_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resuelvo el sistema:

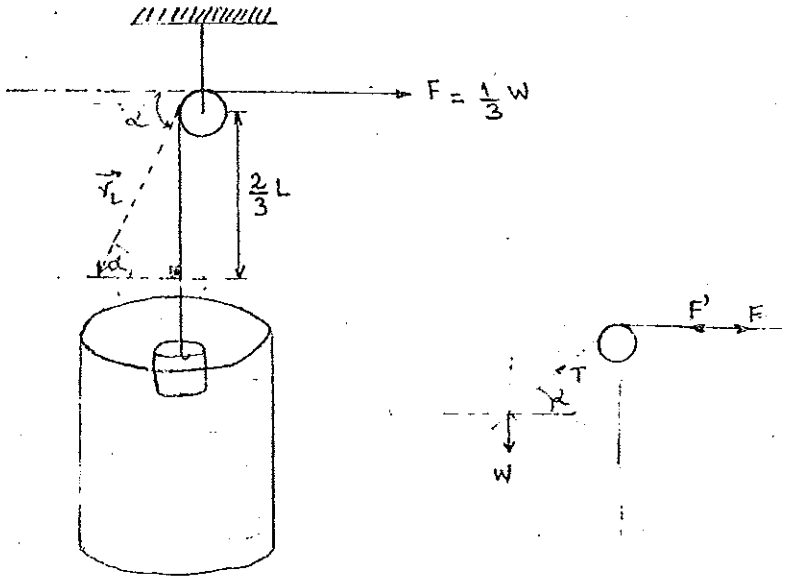
$T_A = 28,51\ kg$

$T_B = 5,031\ kg$

$T_C = 28,95\ kg$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Se desea sacar agua de un poso,para lo cual se utiliza una polea,una cuerda y un recipiente de masas despreciables.Si se sube el recipiente con agua hasta que el recipiente esté a raz de la boca del pozo,y la cuerda cuya longitud es "L" medida desde la parte superior del recipiente hasta la polea.Para alcanzar el recipiente y retirar del gancho que une a la polea se aplica una fuerza horizontal igual a ⅓ del peso del agua,y aplicada a 2/3 de "L" medido desde la polea.Determinar en términos de $\vec{i}, \vec{j}$ el vector posición del recipiente.



$\sum \vec{F}_x = 0$

$F' = T\cos\alpha$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$T\operatorname{Sen}\alpha = W$

$\hookrightarrow T = \dfrac{W}{\operatorname{Sen}\alpha}$ ②

$F' = F$ (acción y reacción)

$F = \dfrac{\cos\alpha}{\operatorname{Sen}\alpha} \cdot W$

$\dfrac{W}{F} = \dfrac{\operatorname{Sen}\alpha}{\cos\alpha}$

$\dfrac{W}{F} = \tan\alpha \Rightarrow \dfrac{W}{\frac{1}{3}W} = \tan\alpha$

$\alpha = 71,56°$

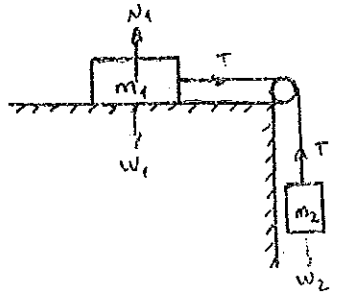
$r_L = \dfrac{2/3L}{\operatorname{Sen}\alpha} = 0,702L$

$\vec{r}_L = 0,702L\,(-\cos 71,56\,\vec{i} - \operatorname{Sen} 71,56\,\vec{j})$

$\vec{r}_L = -0,22L\,\vec{i} - 0,665L\,\vec{j}$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Determinar la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda en función de m_1, m_2, g.Considere que no existe rozamiento entre el bloque de masa m_1 y el plano.



masa 1:

$\sum F_x = m_1 a$

$T = m_1 a$ ①

$\sum F_y = 0$

$N_1 = W_1$

masa 2:

$\sum F_y = m_2 a$

$W_2 - T = m_2 a$ ②

① en ②

$W_2 - m_1 a = m_2 a$

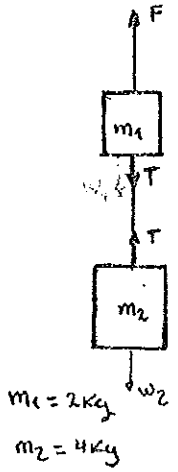
$a = \dfrac{W_2}{m_1 + m_2}$ //

$T = m_1 \dfrac{W_2}{m_1 + m_2}$ //

10.-Dos cuerpos están unidos por medio de una cuerda.Una segunda cuerda está atada al cuerpo de arriba.Determinar:

10.1.-Cuál debe ser la fuerza F que se debe aplicar a la cuerda superior para mantener suspendidos a los dos cuerpos en reposo?

10.2.-Cuál debe ser la fuerza que se debe aplicar a la cuerda superior para comunicar a los cuerpos una aceleración de $2 m/s^2$.En este caso determine la tensión de la cuerda que une a los cuerpos.



10.1) Cuerpo 1:

$\sum F_y = 0$

$F = W_1 + T$

$F = 2Kg + 4Kg = 6Kg$

$F = 60\,N$ //

Cuerpo 2:

$\sum F_y = 0$

$T = W_2$

10.2) Cuerpo 1:

$\sum F_y = m_1 a$

$F - W_1 - T = m_1 a$ ①

Cuerpo 2:

$\sum F_y = m_2 a$

$T - m_2 g = m_2 a$

$T = m_2 a + m_2 g$ ②

② en ①

$F - W_1 - (m_2 a + m_2 g) = m_1 a$

$F = (m_1 + m_2) a + g(m_1 + m_2)$

$F = (2+4)*2 + 10(2+4) = 72\,[N]$

$F = 72\,[N]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Conteste las siguientes preguntas:

11.1.-Indique la diferencia entre el reposo y equilibrio.

11.2.-Es posible que un cuerpo esté en reposo cuando actuán sobre él fuerzas externas?

11.1) Repono:
$\vec{v} = 0$
Equilibrio:
$\Sigma \vec{F}_{aplic} = 0$
$\vec{v} \neq 0 \Rightarrow \vec{v} = cte$
ó $\vec{v} = 0$

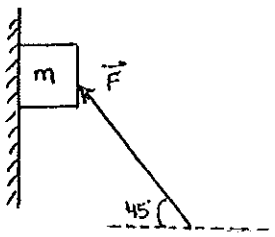
11.2) Si es posible ya que la suma de todas las fuerzas externas en forma vectorial es igual a cero:
$\Sigma \vec{F} = 0$

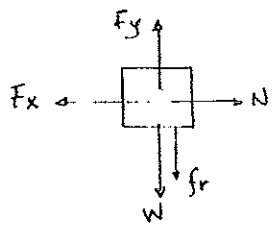
12.-El cuerpo de la figura de masa 3kg está sometido a la acción de la fuerza F=50[*N*] en la dirección indicada .

12.1.-Averiguar si el bloque está o no en equilibrio,calcule su aceleración y el valor de la fuerza de roce.

12.2.-Determinar los límites entre los que puede variar el valor de la fuerza(F) para que el bloque no se mueva.

$\mu_{CINETICO}$=0,25 $\mu_{ESTATICO}$ = 0,27 .





1 mov

12.1) $\Sigma \vec{F}_{act} = F \operatorname{Sen}45 = 50 \operatorname{Sen}45 = 35,35\,N$
$\Sigma \vec{F}_{resist} = W = 30\,N$

$\Sigma \vec{F}_x = 0$
$N = F\cos 45$
$f_{r\,máx} = 0,27 \times 35,35 = 9,54\,N$

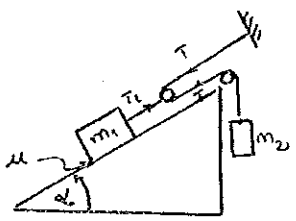
$\Sigma \vec{F}_{act} - \Sigma \vec{F}_{resist} = 5,35\,N$
$\Sigma \vec{F}_{act} - \Sigma \vec{F}_{resist}$?? $f_{r\,máx}$
$5,35\,N < 9,54\,N \Rightarrow \vec{a} = 0$ no se mueve.

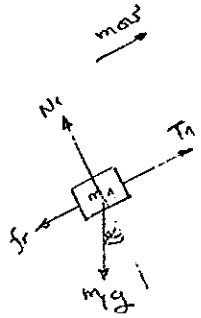
12.2) $\Sigma \vec{F}_y = 0$
$F \operatorname{Sen}45 = 30 + 9,54$
$F = \frac{30 + 9,54}{\operatorname{Sen}45} = 55,91\,N$

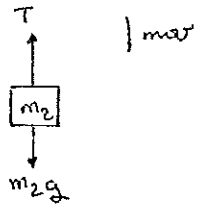
$50 < F < 55,91$ [N] //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.-Entre qué limites debe variar la relación de la masa del bloque m_2 respecto a la masa del bloque m_1 para que el sistema de la figura no se mueva.







$T_1 = 2T$

$\sum \vec{F}_x = 0$

$T_1 - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha - \mu m_1 g \operatorname{Cos}\alpha = 0$

$2T - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha - \mu m_1 g \operatorname{Cos}\alpha = 0$ ①

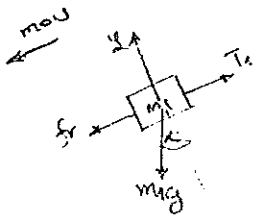
$\sum \vec{F}_y = 0$

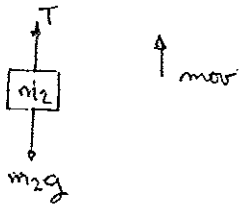
$*2\{ m_2 g - T = 0$

$2m_2 g - 2T = 0$ ②

① + ② $\Rightarrow$ $2m_2 - m_1(\operatorname{Sen}\alpha + \mu \operatorname{Cos}\alpha) = 0$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{(\operatorname{Sen}\alpha + \mu \operatorname{Cos}\alpha)}$$





$\sum \vec{F}_x = 0$

$m_1 g \operatorname{Sen}\alpha - 2T - \mu m_1 g \operatorname{Cos}\alpha = 0$ ①

② en ①

$m_1 g \operatorname{Sen}\alpha - 2m_2 g - \mu m_1 g \operatorname{Cos}\alpha = 0$

$\sum \vec{F}_y = 0$

$T - m_2 g = 0$

$2T - m_2 g = 0$ ②

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu \operatorname{Cos}\alpha}$$

$$\frac{2}{(\operatorname{Sen}\alpha + \mu \operatorname{Cos}\alpha)} < \frac{m_1}{m_2} < \frac{2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu \operatorname{Cos}\alpha} \quad //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

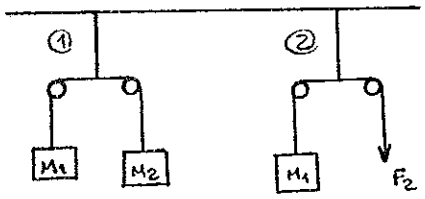
14.-Determinar la aceleración de la masa M_1 en cada uno de los casos de las siguientes figuras:

$M_1 = 10Kg$

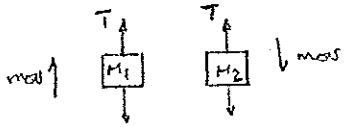
$M_2 = 30Kg$

$F_2 = 300Newtons$

$g = 10m/s^2$



①



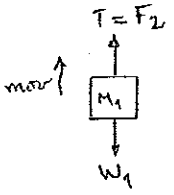
$\sum \vec{F}_y = m_1 a$

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

$m_2 g - m_1 g = a(m_1 + m_2)$

$a = \dfrac{m_2 g - m_1 g}{(m_2 + m_1)}$

$a = \dfrac{300 - 100}{10 + 30} = 5\,m/s^2$ //



$\sum \vec{F}_y = m_1 a$

$T - m_1 g = m_1 a$

$a = \dfrac{F_2 - m_1 g}{m_1}$

$a = \dfrac{300 - 100}{10}$

$a = 20\,m/s^2$ //

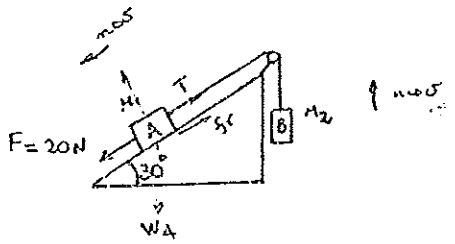
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.-Si aplicamos una fuerza de 20 Newtons en el bloque A paralela al plano y dirigida hacia abajo,para donde se mueve el sistema y cual es la aceleración. Para que valores de inclinación del plano el sistema se movería con velocidad constante.

$M_1 = 10Kg$

$M_2 = 7Kg$

Coeficiente de rozamiento único=0,2.



$\sum \vec{F}_x = m_A a$

$m_A g \operatorname{Sen}30 + F - T - f_r = m_A a$ ①

$\sum \vec{F}_y = m_B a$

$T - m_B g = m_B a$

$T = m_B a + m_B g$ ②

② en ①:

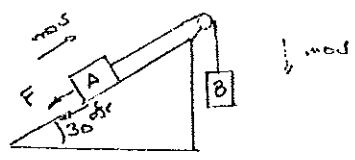
③ $m_A g \operatorname{Sen}30 + F - (m_B a + m_B g) - f_r = m_A a$

$100 \operatorname{Sen}30 + 20 - 70 - \mu N = a(m_A + m_B)$

$100 \operatorname{Sen}30 + 20 - 70 - 0,2\, m_A g \operatorname{Cos}30 = 17a$

$a = \dfrac{100 \operatorname{Sen}30 + 20 - 70 - 0,2 \times 100 \operatorname{Cos}30}{17}$

$a = -1,018\ m/s^2$



$\sum \vec{F}_x = m_A a$

$T - f_r - m_A g \operatorname{Sen}30 - F = m_A a$ ①

$\sum \vec{F}_y = m_B a$

$m_B g - T = m_B a$

$T = m_B g - m_B a$ ②

② en ①:

$m_B g - m_B a - \mu m_A g \operatorname{Cos}30 - F - m_A g \operatorname{Sen}30 = m_A a$

$a = \dfrac{m_B g - \mu m_A g \operatorname{Cos}30 - F - m_A g \operatorname{Sen}30}{m_B + m_A}$

$a = \dfrac{70 - 0,2 \times 100 \operatorname{Cos}30 - 20 - 100 \operatorname{Sen}30}{17}$

$a = -1,08\ m/s^2$ ⇝ no se mueve.

Otra manera de resolver:

$\sum \vec{F}_{act} = F + m_A g \operatorname{Sen}30 = 70\ N$

$\sum \vec{F}_{resist} = T = 70\ N$

$\sum \vec{F}_{act} - \sum \vec{F}_{resist}$?? fórmula

$0 < 17,32\ N \Rightarrow$ No se mueve.

Para que se mueva con velocidad cte $a = 0$

en ③: $m_A g \operatorname{Sen}\alpha + F - m_B g - f_r = 0$

$m_A g \operatorname{Sen}\alpha + F - m_B g - \mu m_A g \operatorname{Cos}\alpha = 0$

$100 \operatorname{Sen}\alpha + 20 - 70 - 0,2 \times 100 \operatorname{Cos}\alpha = 0$

$100 \operatorname{Sen}\alpha - 50 - 20 \operatorname{Cos}\alpha = 0$

$2 \operatorname{Sen}\alpha - 0,4 \operatorname{Cos}\alpha = 1$

$2\sqrt{1 - \operatorname{Cos}^2\alpha} - 0,4 \operatorname{Cos}\alpha = 1$; Sea $x = \operatorname{Cos}\alpha$

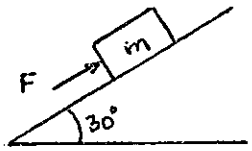
$2\sqrt{1 - x^2} - 0,4x = 1$ ⇝ Resuelvo:

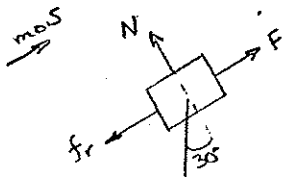
$x = 0,758$ ⇝ $\operatorname{Cos}\alpha = 0,758$

$\therefore \alpha = 40,71°$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.-Un bloque de masa 1Kg se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal.Si se aplica una fuerza F,como se indica en la figura y el valor del coeficiente único de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,347.Determinar en cada caso el sentido o tendencia del movimiento y el valor de la fuerza de rozamiento.





Para F=2Nt:

$\Sigma \vec{F}_x = ma$

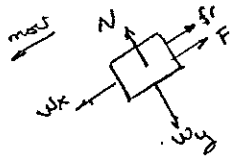
$F - f_r - mg\,Sen30 = ma$

$2 - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30 = ma$

$a = \frac{2 - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30}{m}$

$a = \frac{2 - 0{,}347 \times 10\,Cos30 - 10\,Sen30}{1}$

$a = -6\ m/s^2$



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - f_r = ma$

$mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30 = ma$

$a = \frac{mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30}{m_1}$

$a = \frac{10\,Sen30 - 2 - 0{,}347 \times 10\,Cos30}{1}$

$a = -0{,}0051\ m/s^2$

→ tiende a bajar ↙.

$\Sigma \vec{F}_x = 0$

$f_r = mg\,Sen30 - F = 3\ Nt$ //

Otra manera:

$\Sigma \vec{F}_{act} = mg\,Sen30 = 5N$

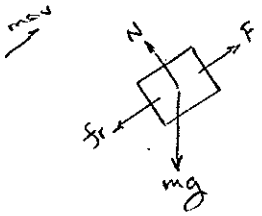
$\Sigma \vec{F}_{resist} = 2N$

$\Sigma \vec{F}_{act} - \Sigma \vec{F}_{resist}$?? $f_{rmáx}$

$3 < 3{,}00511$ → Reposo

↳ tiende a bajar.

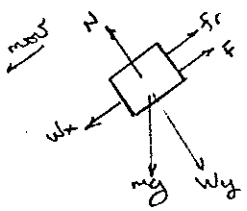
Para F = 6Nt



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$F - f_r - mg\,Sen30 = m.a$

$a = \frac{F - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30}{m} = -2 m/s^2$



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - f_r = ma$

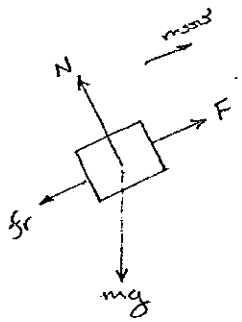
$a = \frac{mg\,Sen30 - F - f_r}{m} = -4\ m/s^2$

→ tiende a subir ↗

$\Sigma \vec{F}_x = 0$

$f_r = F - mg\,Sen30 = 1Nt$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS



$\sum \vec{F}_x = ma$

$F - fr - mg\,Sen30 = ma$

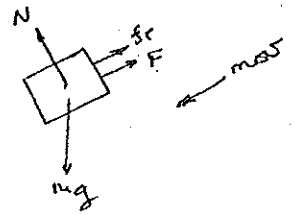
$a = \dfrac{F - fr - mg\,Sen30}{m}$

$a = \dfrac{9 - 0{,}347 \times 10\,Cos30 - 10\,Sen30}{1} = 0{,}994\ m/s^2$

↳ mov. hacia arriba

$fr = \mu mg\,Cos30$

$fr = 0{,}347 \times 10\,Cos30 = 3Nt$ //



$\sum \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - fr = ma$

$a = \dfrac{mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30}{m}$

$a = \dfrac{10\,Sen30 - 9 - 0{,}347 \times 10\,Cos30}{1}$

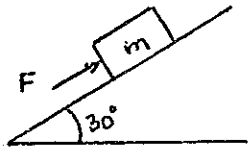
↳ $a = -7\ m/s^2$

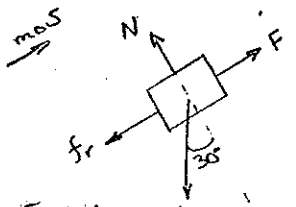
Resumen:

F	Movimiento	fr
2Nt	tiende a bajar	3Nt
6Nt	tiende a subir	1Nt
9Nt	sube ↑	3Nt

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.-Un bloque de masa 1Kg se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal.Si se aplica una fuerza F,como se indica en la figura y el valor del coeficiente único de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,347.Determinar en cada caso el sentido o tendencia del movimiento y el valor de la fuerza de rozamiento.





Para F=2Nt:

$\Sigma \vec{F}_x = ma$

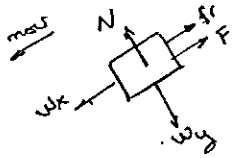
$F - f_r - mg\,Sen30 = ma$

$2 - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30 = ma$

$a = \dfrac{2 - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30}{m}$

$a = \dfrac{2 - 0{,}347 \times 10\,Cos30 - 10\,Sen30}{1}$

$a = -6\ m/s^2$



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - f_r = ma$

$mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30 = ma$

$a = \dfrac{mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30}{m_1}$

$a = \dfrac{10\,Sen30 - 2 - 0{,}347 \times 10\,Cos30}{1}$

$a = -0{,}0051\ m/s^2$

→ tiende a bajar ↙

$\Sigma \vec{F}_x = 0$

$f_r = mg\,Sen30 - F = 3\ Nt$ //

Otra manera:

$\Sigma \vec{F}_{act} = mg\,Sen30 = 5N$

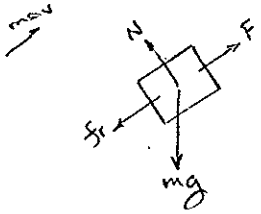
$\Sigma \vec{F}_{resist} = 2N$

$\Sigma \vec{F}_{act} - \Sigma \vec{F}_{resist}$?? $f_{r\,máx}$

$3 < 3{,}00511$ → Reposo

↳ tiende a bajar.

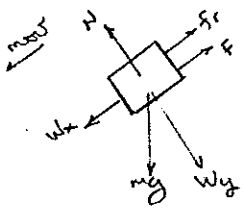
Para F = 6Nt



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$F - f_r - mg\,Sen30 = m.a$

$a = \dfrac{F - \mu mg\,Cos30 - mg\,Sen30}{m} = -2 m/s^2$



$\Sigma \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - f_r = ma$

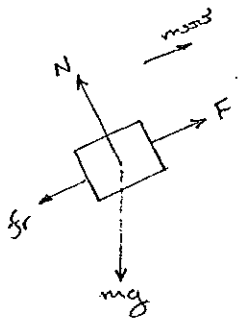
$a = \dfrac{mg\,Sen30 - F - f_r}{m} = -4\ m/s^2$

→ tiende a subir ↗

$\Sigma \vec{F}_x = 0$

$f_r = F - mg\,Sen30 = 1Nt$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS



$\sum \vec{F}_x = ma$

$F - fr - mg\,Sen30 = ma$

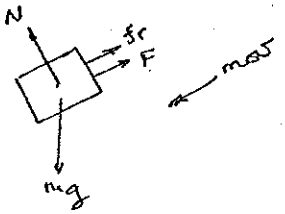
$a = \dfrac{F - fr - mg\,Sen30}{m}$

$a = \dfrac{9 - 0{,}347 \times 10\,Cos30 - 10\,Sen30}{1} = 0{,}994\ m/s^2$

↳ mov. hacia arriba

$fr = \mu mg\,Cos30$

$fr = 0{,}347 \times 10\,Cos30 = 3Nt$



$\sum \vec{F}_x = ma$

$mg\,Sen30 - F - fr = ma$

$a = \dfrac{mg\,Sen30 - F - \mu mg\,Cos30}{m}$

$a = \dfrac{10\,Sen30 - 9 - 0{,}347 \times 10\,Cos30}{1}$

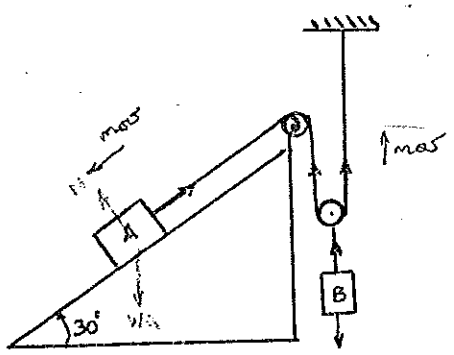
↳ $a = -7\ m/s^2$

Resumen:

F	Movimiento	fr
2Nt	tiende a bajar	3Nt
6Nt	tiende a subir	1Nt
9Nt	sube ↑	3Nt

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

17.-La masa del bloque A es 6 veces la de B.Determinar la distancia en metros que el bloque A recorre a lo largo del plano (y hacia dónde?) cuando han transcurrido 2 segundos luego de soltar el sistema del reposo,se considera que no existe ninguna clase de rozamiento.



$m_A = 6m_B$

$d_A = 2d_B$

$a_A = 2a_B$

$T_B = 2T_A$

Cuerpo A:

$\Sigma F_x = m_A a_A$

$m_A g \operatorname{sen}30 - T_A = m_A a_A$ ①

① multiplico $\times 2$

$2m_A g \operatorname{sen}30 - 2T_A = 2m_A a_A$ ③

Cuerpo B:

$\Sigma \vec{F}_y = m_B a_B$

$T_B - m_B g = m_B a_B$

$2T_A - m_B g = m_B a_B$ ②

③ + ②

$2m_A g \operatorname{sen}30 - m_B g = 2m_A a_A + m_B a_B$

$2m_A g \operatorname{sen}30 - m_B g = 2m_A(2a_B) + m_B a_B$

$$a_B = \frac{2m_A g \operatorname{sen}30 - m_B g}{4m_A + m_B} = \frac{2 \times 6m_B g \operatorname{sen}30 - m_B g}{4 \times 6m_B + m_B}$$

$$a_B = \frac{2 \times 6 \times g \operatorname{sen}30 - g}{4 \times 6 + 1} = 2\ m/s^2$$

$a_A = 4\ m/s^2$

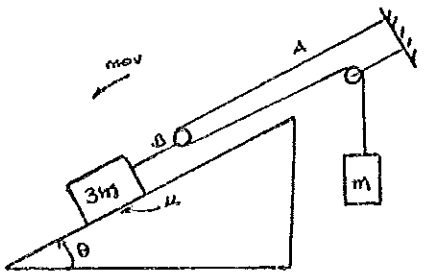
$d_A = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a_A t^2$

$d_A = \frac{1}{2}(4)(2^2) = 8\ [m]$

18.-En el sistema de la figura.Determinar en función de: m, θ, u y la constante g.

18.1.-La aceleración de cada bloque.

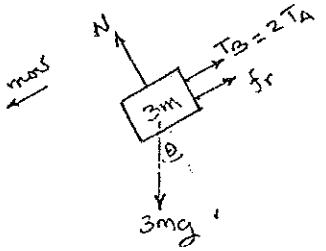
18.2.-La tensión en la cuerda A.



$T_B = 2T_A$

$2a_B = a_A$

(18.1)



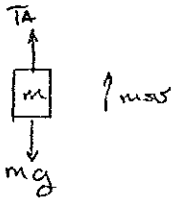
$\sum \vec{F}_x = 3ma_B$

$3mg\,sen\theta - 2T_A - \mu N = 3ma_B$

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N = 3mg\cos\theta$

$3mg\,sen\theta - 2T_A - \mu * 3mg\cos\theta = 3ma_B$ ①



$\sum \vec{F}_y = ma_A$

$T_A - mg = ma_A$ ②

② multiplico * 2

$2T_A - 2mg = 2ma_A$ ③

① + ③

$3mg\,sen\theta - 3\mu mg\cos\theta - 2mg = 3ma_B + 2ma_A$

$3mg\,sen\theta - 3\mu mg\cos\theta - 2mg = 3ma_B + 2m(2a_B)$

$$a_B = \frac{3mg\,sen\theta - 3\mu mg\cos\theta - 2mg}{3m + 4m} = \frac{3g\,sen\theta - 3\mu g\cos\theta - 2g}{7}$$

$$a_B = \frac{g}{7}(3\,sen\theta - 3\mu\cos\theta - 2)$$

$$a_A = \frac{2}{7}g(3\,sen\theta - 3\mu\cos\theta - 2)$$

18.2) $T_A = mg + m\left[\frac{2}{7}g(3\,sen\theta - 3\mu\cos\theta - 2)\right]$

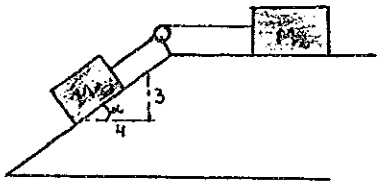
$T_A = mg\left[1 + \frac{2}{7}(3\,sen\theta - 3\mu\cos\theta - 2)\right]$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

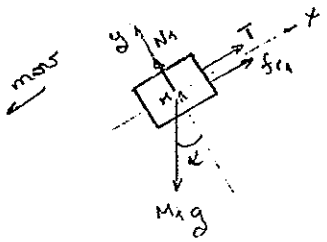
19.-En el sistema mostrado en la figura y conociendo que $M_1 = 10Kg$, $M_2 = 5Kg$,u=0,5 .Determinar:

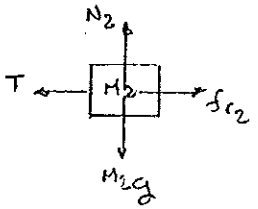
19.1.-La fuerza de roce real en cada uno de los cuerpos.

19.2.-La tensión en la cuerda.



19.1)





$\sum \vec{F}x = 0$

$T = \mu_2 M_2 g$

$T = 25$

$\sum \vec{F}act - \sum \vec{F}resist$?? $fr_{máx_1}$

$M_1 g \operatorname{Sen}\alpha = T$?? $\mu M_1 g \operatorname{Cos}\alpha$

$100 \operatorname{Sen}36{,}86 - 25$?? $0{,}5 \times 100 \operatorname{Cos}36{,}86$

$34{,}98 < 40 \Rightarrow$ # aceleración

↳ $\vec{a} = 0$

Masa 1:

$fr_1 = \mu N_1 = \mu M_1 g \operatorname{Cos}36{,}86 = 40\,[N] \Rightarrow fr_{max_1} = 40\,[N]$

↳ $fr_{1real} = 40\,[N]$ //

$\sum \vec{F}x = 0$

$M_1 g \operatorname{Sen}36{,}86 - T - fr_1 = 0$

↳ $T = 20\,[N]$ //

Masa 2:

$\sum \vec{F}x = 0$

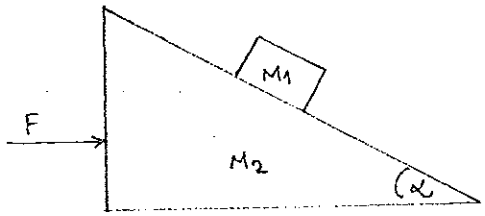
$T = fr_2$

$fr_{2real} = 20\,[N]$ //

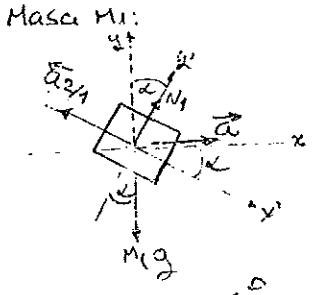
19.2) $\Rightarrow T = 20\,[N]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

20.-Determinar la aceleración de la cuña para que el bloque colocado sobre ella no resbale,si no existe rozamiento.



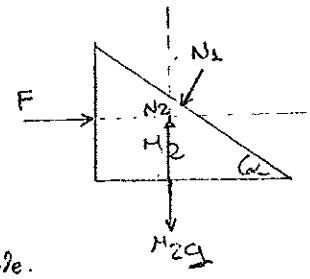
Masa M_1:



$\sum \vec{F}_x = \vec{a}_{2/1}\cos\alpha$ ← para q quiero que no resbale. $= 0$

$$\begin{cases} N_1 \operatorname{Sen}\alpha = M_1 a \ ① \\ \sum \vec{F}_y = 0 \\ N_1 \cos\alpha = M_1 g \ ② \end{cases}$$

$\frac{①}{②} \Rightarrow a = g\tan\alpha$ ③



$\sum \vec{F}_x = M_2 a$

$F - N_1 \operatorname{Sen}\alpha = M_2 a$ ④

② en ④

$F - \frac{M_1 g}{\cos\alpha}\operatorname{Sen}\alpha = M_2 a$

$F - M_1 g\tan\alpha = M_2 a$ ⑤

③ en ⑤

$F - M_1 a = M_2 a$

$\Rightarrow a = \frac{F}{M_1 + M_2}$ //

Nota: Podemos calcular F para que M_1 no resbale respecto a M_2

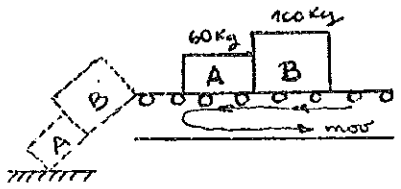
$F = g\tan\alpha (M_1 + M_2)$ //

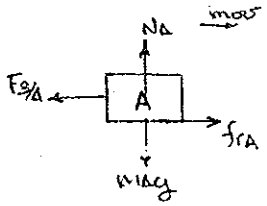
21.-Se coloca dos cuerpos sobre una banda transportadora que está en reposo.El coeficiente de rozamiento entrer la caja A y la banda es 0,20 y entre la banda y la caja B es 0,10.Si la banda súbitamente comienza a moverse y existe desplazamiento de las cajas sobre la banda.

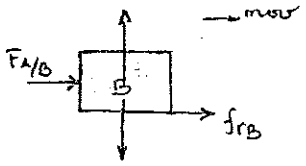
Determinar:

21.1.-La aceleración de las cajas.

21.2.-La fuerza ejercida de la caja A sobre la caja B.







$\Sigma F_x = m_A a$

$f_{rA} - F_{B/A} = m_A a$ ①

$\vec{\Sigma F_x} = m_B a$

$f_{rB} + F_{A/B} = m_B a$ ②

① + ②

$f_{rA} + f_{rB} = a(m_A + m_B)$

$\mu_A m_A g + \mu_B m_B g = a(m_A + m_B)$

$$a = \frac{0{,}20 \times 600 + 0{,}10 \times 1000}{600 + 100} = 1{,}375 \ m/s^2$$

$a_A = a_B = a = 1{,}375 \ m/s^2$ //

21.2)

$F_{A/B} = m_B a - \mu_B m_B g$

$F_{A/B} = 100 \times 1{,}375 - 0{,}10 \times 1000 = 37{,}5 \ [N]$

$F_{A/B} = 37{,}5 \ [N]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

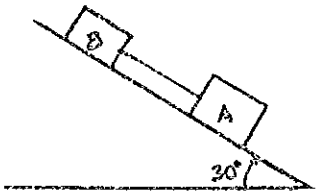
22.-Dos cuerpos A y B de 200 y 400kg respectivamente están unidos por una cuerda y descanza sobre el plano inclinado de la figura sus coeficientes de rozamiento son $\mu_A = 0{,}5$ $\mu_B = 0{,}33$ Determinar:

22.1.-El módulo de la fuerza de rozamiento sobre el bloque B.

22.2.-Si el sistema se mueve o no.

22.3.-La tensión en la cuerda.

22.4.-Que sucede con el sistema al cortar la cuerda.



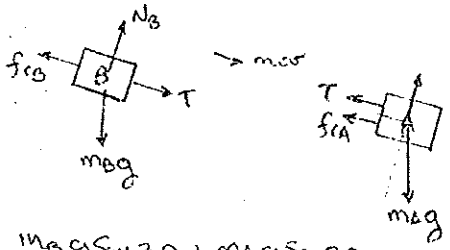
22.1) $\sum \vec{F}_y = 0$

$N_B = m_B g \cos 30$

$f_{rB} = \mu_B N_B$

$f_{rB} = 0{,}33\,(m_B g \cos 30) = 1143{,}15\ [N]$

22.2)



$\sum F_{act} = m_B g \sin 30 + m_A g \sin 30$

$\sum F_{resit} = T - T = 0$

$f_{max} = f_{rB} + f_{rA}$

$\sum \vec{F}_{act} - \sum \vec{F}_{resit} \;?\; f_{máx}$

$3000 > 2009{,}17$

$\Rightarrow \exists$ aceleración

$\sum \vec{F}_x = m_B a_B$

$T + m_B g \sin 30 - \mu_B m_B g \cos 30 = m_B a_B$

$T = m_B a_B + \mu_B m_B g \cos 30 - m_B g \sin 30$ ①

$\sum \vec{F}_x = m_A a$

$m_A g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - T = m_A a_B$ ②

$m_A g \sin 30 + m_B g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - \mu_B m_B g \cos 30 = a\,(m_A + m_B)$

$a = \dfrac{m_A g \sin 30 + m_B g \sin 30 - \mu_A N_A \cos 30 - \mu_B N_B \cos 30}{m_A + m_B}$

$\therefore a_B = 1{,}65\ m/s^2$ //

22.3) en ①

$T = -196{,}84\ [N]$ ⇝ significa q' se ha rota la cuerda.

Supongo $\mu_A = 0{,}33$ $\mu_B = 0{,}5$

$\Rightarrow a_B = 1{,}16\ m/s^2$ en ① $T = 196\ [N]$ //

Si queremos que nos salga una tensión positiva ⇒ concluimos que los datos de coeficiente de rozamiento están mal dados, ya que podemos observar que con estos datos la tensión se rompe, y eso se debe su valor negativo.

22.4) No participa la tensión y tenemos distintas aceleraciones. Ejemplo:

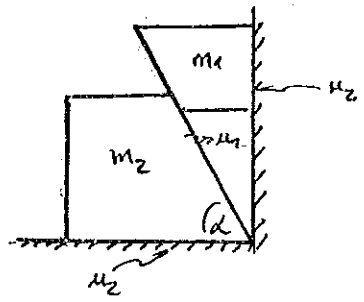
en ① $\overset{0}{\cancel{T}} + m_B g \sin 30 - \mu_B m_B g \cos 20 = m_B a_B$

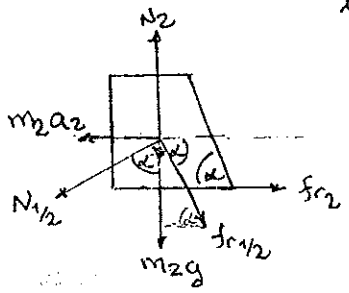
$a_B = 2{,}14\ m/s^2$

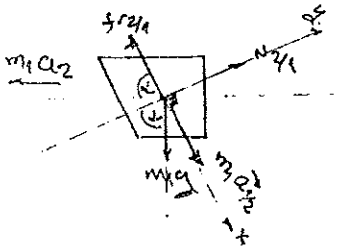
en ② $m_A g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - \overset{0}{\cancel{T}} = m_A a_A$

$a_A = 0{,}67\ m/s^2$

23.-En el sistema de la figura siguiente,se tiene como datos: $\alpha, \mu_1, \mu_2, m_1, m_2$. Calcule las aceleraciones de cada uno de los cuerpos en función de estos parámetros.







$\sum \vec{F}_x = m_2 a_2$

$N_{1/2}\,\text{Sen}\alpha - fr_{1/2}\,\text{Cos}\alpha - fr_2 = m_2 a_2$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N_2 = m_2 g + fr_{1/2}\,\text{Sen}\alpha + N_{1/2}\,\text{Cos}\alpha$ ②

$\sum \vec{F}_x = m_1 a_2 \text{Cos}\alpha - a_{1/2} m_1$

$fr_{2/1} - m_1 g\,\text{Sen}\alpha = m_1 a_2 \text{Cos}\alpha - a_{1/2} m_1$ ③

$\sum \vec{F}_y = m_1 a_2\,\text{Sen}\alpha$

$m_1 g \text{Cos}\alpha - N_{2/1} = m_1 a_2 \text{Sen}\alpha$

$N_{2/1} = m_1 g \text{Cos}\alpha - m_1 a_2 \text{Sen}\alpha$ ④

② en ①:

$N_{1/2}\,\text{Sen}\alpha - fr_{1/2}\text{Cos}\alpha - \mu_2 (m_2 g + fr_{1/2}\,\text{Sen}\alpha + N_{1/2}\,\text{Cos}\alpha) = m_2 a_2$

$N_{1/2}\,\text{Sen}\alpha - fr_{1/2}\text{Cos}\alpha - \mu_2 m_2 g - \mu_2 fr_{1/2}\,\text{Sen}\alpha - \mu_2 N_{1/2}\text{Cos}\alpha = m_2 a_2$

$N_{1/2}(\text{Sen}\alpha - \mu_2 \text{Cos}\alpha) - fr_{1/2}(\text{Cos}\alpha + \mu_2\,\text{Sen}\alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g$ ⑤

④ en ⑤

$(m_1 g\text{Cos}\alpha - m_1 a_2 \text{Sen}\alpha)(\text{Sen}\alpha - \mu_2 \text{Cos}\alpha) - \mu_1 N_{1/2}(\text{Cos}\alpha + \mu_2\,\text{Sen}\alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g$

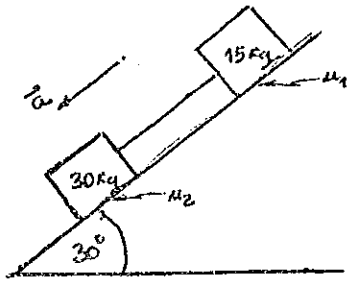
$(m_1 g\text{Cos}\alpha - m_1 a_2 \text{Sen}\alpha)(\text{Sen}\alpha - \mu_2 \text{Cos}\alpha) - \mu_1 (m_1 g\text{Cos}\alpha - m_1 a_2 \text{Sen}\alpha)(\text{Cos}\alpha + \mu_2\,\text{Sen}\alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g$

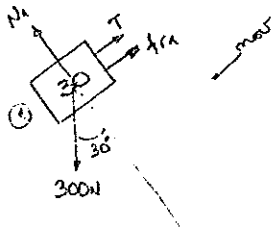
Despejo a_2:

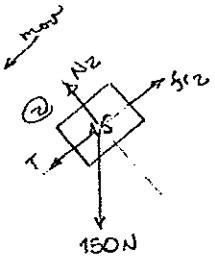
$$a_2 = \frac{m_1 g \text{Cos}\alpha(\text{Sen}\alpha - \mu_2 \text{Cos}\alpha - \mu_1 \text{Cos}\alpha - \mu_1\mu_2\,\text{Sen}\alpha) - \mu_2 m_2 g}{m_2 + m_1 \text{Sen}^2\alpha - \mu_2 m_1\,\text{Sen}\alpha\text{Cos}\alpha - \mu_1 m_1\,\text{Sen}\alpha\text{Cos}\alpha - \mu_1\mu_2 m_1 \text{Sen}^2\alpha}$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

24.- Dos pesos de 150 Newton y 300 Newton conectados por una cuerda,se deslizan por un plano inclinado con una aceleración de 3 m/s^2.
Determinar los coeficientes de rozamiento μ_1 y μ_2,sabiendo que la tensión en la cuerda es igual a 4,5 Newtons.







$\sum F_x = m_1 a$

$m_1 g \operatorname{Sen}30 - T - \mu_1 m_1 g \operatorname{Cos}30 = 30 \times 3$

$300 \operatorname{Sen}30 - T - \mu_1 \times 300 \operatorname{Cos}30 = 90$

$\hookrightarrow \mu_1 = 0,213$ //

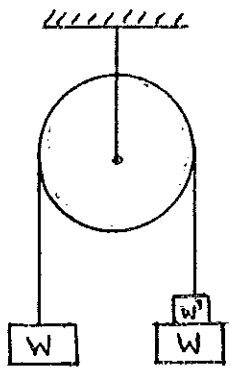
$\sum F_x = m_2 a$

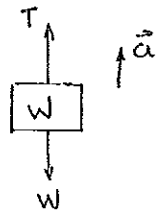
$T - m_2 g \operatorname{Sen}30 - \mu_2 m_2 g \operatorname{Cos}30 = 15 \times 3$

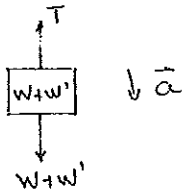
$4,5 + 150 \operatorname{Sen}30 - \mu_2 \times 150 \operatorname{Cos}30 = 3 \times 15$

$\hookrightarrow \mu_2 = 0,265$ //

25.- En la máquina de la figura se tienen dos pesos W iguales,los que están unidospor medio de una cuerda inextensible de peso despreciable.Se eñade un peso W^1 a uno de los pesos anteriores,causando el movimiento del sistema.Determinar la aceleración del movimiento en función de los pesos W y W^1.







$$\Sigma \vec{F}_y = \frac{W}{g} a$$

$$T - W = \frac{W}{g} a \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_y = \frac{W+W'}{g} \cdot a$$

$$W + W' - T = \frac{W+W'}{g} \cdot a \quad (2)$$

(1) + (2)

$$W + W' + W = \frac{W}{g} \cdot a + \frac{W+W'}{g} \cdot a$$

$$a = \frac{W' g}{2W + W'} \quad //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

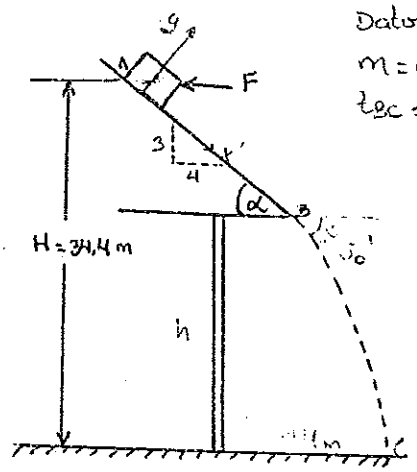
26.-Un bloque de masa 10 Kg se suelta desde un punto A en el techo de una torre.Si el bloque llega a un punto de la calle situado a 7,2 m ,medidos desde el pie de la torre,utilizando 2 segundos desde el instante en que abandona el techo.Determinar:

26.1.-El vector velocidad en términos de $\vec{i}, \vec{j}$ con que abandona el techo.

26.2.-La altura h de la torre.Si H de la torre es 34,4 metros.

26.3.-Cuál es la longitud que recorre el bloque a lo largo del techo?

24.4.-Con qué aceleración recorre esa distancia ?.



Datos:

$m = 10\,kg$

$t_{BC} = 2\,seg$

$\sum F_x = m.a_x$

$mg\,sen\alpha = m.a$

$a_x = g\,sen\alpha$

$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x L_{AB}$

$v_x^2 = v_o'^2 = 2g\,sen\alpha\, L_{AB}$

$L = L_{AB}\,sen\alpha = \frac{v_o'^2}{2g}$ ①

$34.4 = L_{AB}\,sen\alpha + h$ ②

$h = v_o' sen\alpha (2) + 5x2^2$

$h = v_o' sen36,86 (2) + 5x2^2$

$h = 1,2\,v_o' + 20$ ③

① ∧ ② en ③ :

$\Rightarrow 34,4 = \frac{v_o'^2}{2g} + 1,2\,v_o' + 20$

$688 = v_o'^2 + 24\,v_o' + 400$

$v_o'^2 + 24\,v_o' - 288 = 0$

$v_o' = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 + 4(288)}}{2}$

$v_o' = \frac{-24 \pm 41,57}{2}$

$v_o' = \frac{-24 + 41,57}{2} = 8,78\ m/s$

$v_o' = 8,78\ m/s$

26.1) $\vec{v}_o' = 8,78\,(Cos\alpha\,\vec{i} - Sen\alpha\,\vec{j})$

$\vec{v}_o' = 7,024\,\vec{i} - 5,26\,\vec{j}\ [m/s]$ //

26.2) en ③ :

$h = 30,53\ m$

26.3) Método Geométrico:

$H - h = 3,864\ m$

$L_{AB} = \frac{3,864}{Sen36,86} = 6,44\ m$ //

otra manera:

en ① : $L_{AB} = \frac{v_o'^2}{2g\,Sen\alpha}$

$L_{AB} = \frac{8,78^2}{2x6} = 6,42\ m$ //

26.4)

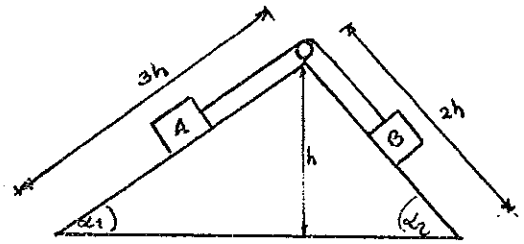
$a = g\,Sen36,86 = 6\ m/s^2$ //

$\vec{DC} = v_o' Cos\alpha\,(2)$

$\vec{DC} = 8,78\,Cos36,86\,(2) = 14\ m.$

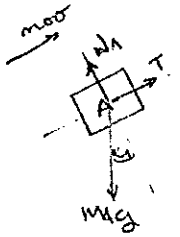
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

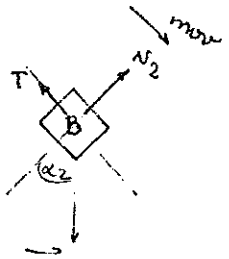
27.-Dos bloques idénticos de masa "m",están unidos por una cuerda de longitud 3h, y descanzan en un doble plano inclinado con las dimensiones indicadas en la figura. A qué velocidad se moverá el cuerpo A cuando el bloque B llega abajo ?.Suponer que el bloque B parte de lo alto del plano y que las superficies son lisas.



$\alpha_1 = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{h}{3h}\right) = 19,47°$

$\alpha_2 = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{h}{2h}\right) = 30°$





$\sum \vec{F}x = m_A a$

$T - m_A g \operatorname{Sen}\alpha_1 = m_A a \quad (1)$

$\sum \vec{F}x = m_B a$

$m_B g \operatorname{Sen}\alpha_2 - T = m_B a \quad (2)$

① + ② :

$m_B g \operatorname{Sen}\alpha_2 - m_A g \operatorname{Sen}\alpha_1 = m_A a + m_B a$

$g \operatorname{Sen}30 - g \operatorname{Sen}19,47 = 2a$

$a = \frac{g \operatorname{Sen}30 - g \operatorname{Sen}19,47}{2} = 0,833\ m/s^2$

$v_{Bx}^2 = v_{0Bx}^2 + 2a\Delta x$

$v_{Bx}^2 = 2 \times 0,833\ (2h)$

$v_{Bx} = 1,825\sqrt{h}\ [m/s]$ ①

$v_{Bx} = at$

$t = \frac{1,825\sqrt{h}}{0,833} = 2,19\sqrt{h}$ ②

$v_A = v_{0A} + at$

$v_A = 0,833 \times 2,19\sqrt{h}$

$v_A = 1,82\sqrt{h}\ (m/s)$ //

Otra manera:

Aplicando Conservación de Energía:

$\Delta E_{MS} = 0$

$\Delta E_{cA} + \Delta E_{cB} + \Delta E_{pgA} + \Delta E_{pgB} = 0$

$E_{cfA} - E_{c0A} + E_{cfB} - E_{c0B} + E_{pgfA} - E_{pg0A} + E_{pgfB} - E_{pg0B} = 0$

$\frac{1}{2}m v_A^2 + \frac{1}{2}m v_B^2 + mgh_A - mgh_B = 0$

$\frac{1}{2}v_A^2 + \frac{1}{2}(1,825\sqrt{h})^2 + g(2h \operatorname{Sen}30) - gh = 0$

$\therefore v_A = 1,822\sqrt{h}\ [m/s]$ //

$v_B^2 = v_{0B}^2 + 2ad_2$

$v_B = 1,525\sqrt{h}$

$v_B^2 = v_A^2 - 2a d_1 \quad (2 \times 0,833\ (3h))$

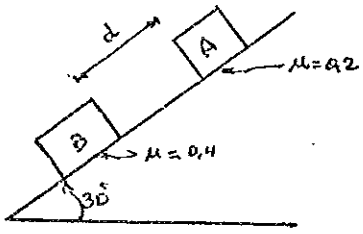
$v_B^2 = v_A^2 - 5h$ ②

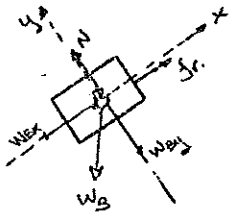
$3,33h = v_A^2 - 5h$

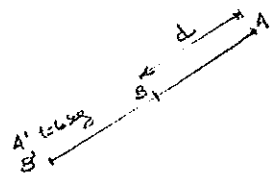
$v_A = 1,82\sqrt{h}$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

28.- Los bloques A y B de la figura originalmente se mantienen en reposo sobre el plano inclinado.El coeficiente de rozamiento al deslizamiento en la base del bloque B es 0,4 y en la base del bloque A es 0,2 .El bloque B se suelta desde el reposo y 1 segundo más tarde se suelta A .Si A alcanza a B cuando éste se ha movido durante 6 segundos.Cuál es la distancia que los separaba inicialmente.El bloque B pesa el doble de A.







$\sum F_x = m_A a_A$

$m_A g \operatorname{Sen}30 - 0{,}2 m_A g \operatorname{Sen}30 = m_A a_A$

$a_A = 3{,}26\ m/s^2$

$\sum F_x = m_B a_B$

$2m_A g \operatorname{Sen}30 - 0{,}4\,(2m_A g \operatorname{Cos}30) = 2m_A a_B$

$a_B = 1{,}53\ m/s^2$

$x_A - x_B = d$ (debido a q' se suelta)

$x_A = v_{0A}(t-1) + \frac{1}{2} a_A (t-1)^2$

$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2$

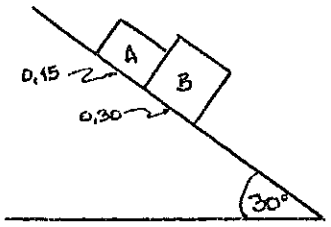
reemplazando:

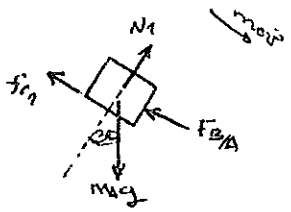
$\frac{1}{2} a_A (t-1)^2 - \frac{1}{2} a_B t^2 = d$

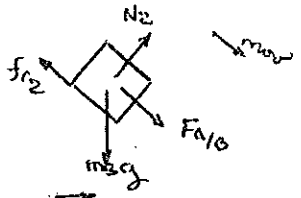
$d = \frac{1}{2}(3{,}26)(5^2) - \frac{1}{2}(1{,}53)(6^2)$

$\Rightarrow d = 13{,}21\ [m]$ //

29.-Dos bloques A y B se deslizan hacia debajo de un plano inclinado,que forma un ángulo de 30° con la horizontal,bajo la acción de la gravedad.Si las masas de los bloques son: $M_A = 5Kg$ y $M_B = 10Kg$ y los coeficientes de rozamiento entre ellos y el plano son 0,15 y 0,30 respectivamente.Determinar la fuerza F que se ejercen los bloques durante el movimiento.







$\sum \vec{F}_x = m_A a$

$m_A g \operatorname{Sen}30 - \mu_1 m_A g \operatorname{Cos}30 - F_{B/A} = m_A a$ ①

$\sum \vec{F}_x = m_B a$

$F_{A/B} + m_B g \operatorname{Sen}30 - \mu_2 m_B g \operatorname{Cos}30 = m_B a$ ②

① + ②

$m_A g \operatorname{Sen}30 - \mu_1 m_A g \operatorname{Cos}30 + m_B g \operatorname{Sen}30 - \mu_2 m_B g \operatorname{Cos}30 = a(m_A + m_B)$

$$a = \frac{m_A g \operatorname{Sen}30 - \mu_1 m_A g \operatorname{Cos}30 + m_B g \operatorname{Sen}30 - \mu_2 m_B g \operatorname{Cos}30}{m_A + m_B}$$

$a = 2,83\ m/s^2$ //

$F_{B/A} = m_A g \operatorname{Sen}30 - \mu_1 m_A g \operatorname{Cos}30 - m_A a$

$F_{B/A} = 50 \operatorname{Sen}30 - 0,15 \times 50 \operatorname{Cos}30 - 5 \times 2,83$

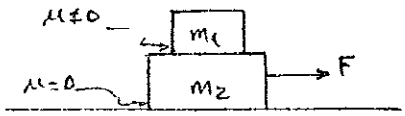
$F_{B/A} = 4,35\ [N] = F_{A/B}$ //

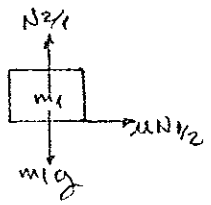
30.-En el sistema de la figura,Determinar:

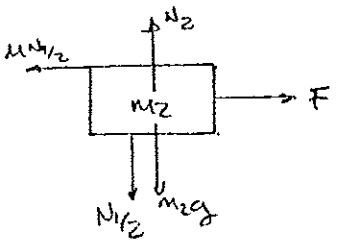
30.1.-La acelración del sistema,si el bloque m_1 se mueve junto con el bloque m_2 (sin deslizar sobre este),cuando actúa $\vec{F}$.

30.2.-La $\vec{F}$ mínima que se debe aplicarse sobre m_2,para que el bloque m_1 empiece a deslizarse respecto a m_2.

30.1)







$\sum \vec{F}_x = m_1 a$

$\mu N_{1/2} = m_1 a$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N_{2/1} = m_1 g$ ②

② en ①

$\mu m_1 g = m_1 a$ ③

$\sum \vec{F}_x = m_2 a$

$F - \mu N_{1/2} = m_2 a$ ⑤

② en ⑤

$F - \mu m_1 g = m_2 a$ ⑥

③ + ⑥ ⇒ $F = m_1 a + m_2 a$ ⑦

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad //$$

30.2) en ③ $\mu m_1 g = m_1 a_1$

$a_1 = \mu g$

$F_{mín} = m_1 a_1 + m_2 a_2$

$F_{mín} = m_1 \mu g + m_2 \frac{F}{m_1 + m_2}$

en ⑥ : $F = m_2 a_2 + \mu m_1 g$

Si queremos que m_1 empiece a deslizarse va haber un movimiento del bloque m_1 en sentido contrario al bloque m_2 es decir $\vec{a}_{mov\,m_1} = -\vec{a}_{mov\,m_2}$ entonces se tiene: $|\vec{a}_2| = |-\vec{a}_1|$

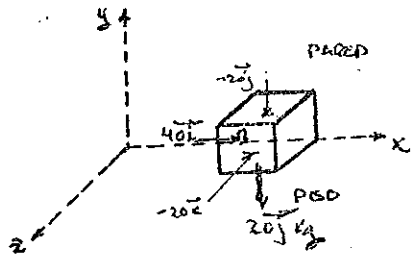
⇒ reemplazando en ⑥ $F = m_2 a_1 + \mu m_1 g = m_2 \mu g + \mu m_1 g$

$F_{mín} = m_1 \mu g + m_2 \cdot \frac{\mu g (m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)} = m_1 \mu g + \mu m_2 g$

$F_{mín} = \mu g (m_1 + m_2)$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

31.-Cuál es la aceleración con que se mueve el bloque que se encuentra en la esquina de la figura en contacto con el piso y la pared vertical.Si su peso es de 20 Kg y está actuando sobre la partícula una fuerza $\vec{F} = 40\vec{i} - 20\vec{j} - 20\vec{k}$ Kg.

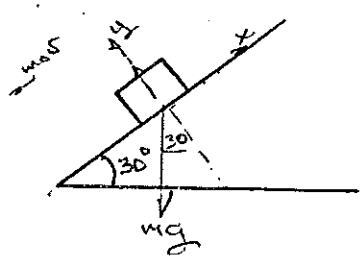


De acuerdo a la figura la aceleración con que se mueve el bloque es en la dirección x ya que las otras direcciones son impedidas el movimiento debido al piso y la pared.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{40}{20} = 2\ m/s^2$$

$$\vec{a} = 2\vec{i}\ [m/s^2]\ //$$

32.-Un cuerpo deberá emplear teóricamente 8 segundos en resbalar por un plano inclinado 30° con relación al piso,pero debido a la presencia del rozamiento emplea 12 segundos.Determinar el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano.



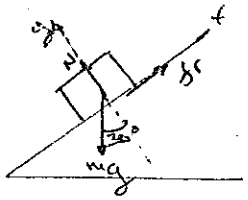
$$\sum \vec{F}_x = m\cdot a$$

$$mg\,sen30 = ma$$

$$a = g\,sen30$$

$$d_1 = \overset{0}{v_0}t_1 + \frac{1}{2}at_1^2$$

$$d_1 = \frac{1}{2}(g\,sen30)(8^2)$$



$$\sum \vec{F}_x = m\cdot a$$

$$mg\,sen30 - \mu mg\cos 30 = ma'$$

$$a' = g\,sen30 - \mu g\cos 30$$

$$d_2 = \overset{0}{v_0}t_2 + \frac{1}{2}a't^2$$

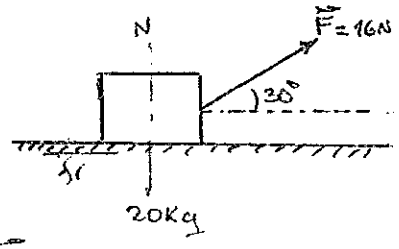
$$d_2 = \frac{1}{2}(g\,sen30 - \mu g\cos 30)(12^2)$$

$$d_1 = d_2$$

$$\frac{1}{2}(g\,sen30)(8^2) = \frac{1}{2}(g\,sen30 - \mu g\cos 30)\times 12^2$$

$$\mu = 0{,}32\ //$$

33.-Un bloque de masa 20 Kg es halado con una fuerza de 16 Newtons que forma un ángulo de 30° con la horizontal,moviendose con velocidad constante sobre un tablero horizontal.Determinar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el tablero.



$\sum \vec{F}_x = 0$

$F\cos 30 - \mu N_2 = 0$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N + F\operatorname{Sen} 30 = 200$

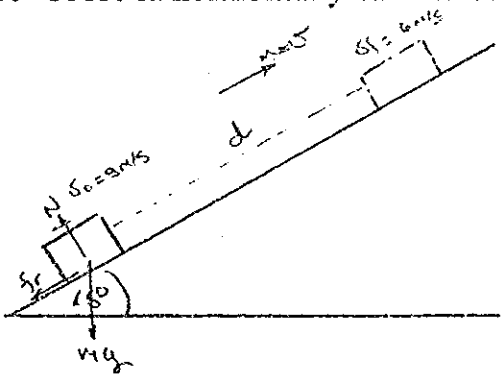
$N_2 = 200 - F\operatorname{Sen} 30$ ②

② en ①:

$F\cos 30 - \mu (200 - F\operatorname{Sen} 30) = 0$

$\mu = \dfrac{F\cos 30}{200 - F\operatorname{Sen} 30} = 0{,}0721$ //

34.-Determinar la distancia recorrida por un bloque desde el punto en que su velocidad es 9 m/s ,hasta cuando es de 6 m/s,si sube por un plano inclinado 15° sobre la horizontal y su coeficiente de rozamiento es 0,3 (cinético).



$\sum \vec{F}_x = ma$

$\mu mg\operatorname{Sen} 15 + mg\operatorname{Sen} 15 = ma$

$a = \mu g\operatorname{Sen} 15 + g\operatorname{Sen} 15$

$a = 3{,}36\ m/s^2$

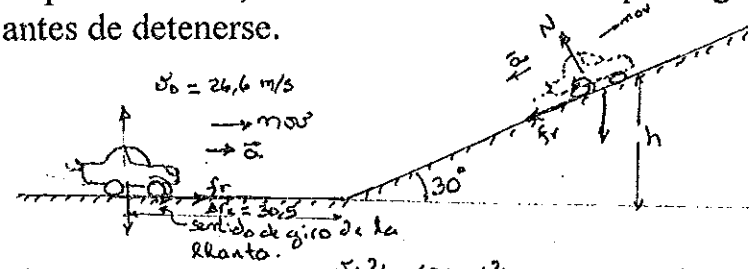
$v_f^2 = v_0^2 - 2ad$

$6^2 = 9^2 - 2(3{,}36)(d)$

$\therefore d = 6{,}7\ [m]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

35.-Un auto se mueve con una velocidad de 96 Km/h a lo largo de una carretera horizontal,cuando está a una distancia de 30,5 m de una rampa que forma un ángulo de 30° con la horizontal; si el coeficiente de rozamiento entre las dos superficies es 0,5 detemine la altura a la que llegará el móvil sobre la rampa antes de detenerse.



I tramo:

$\vec{M}_{mov} = \vec{M}_a$ (M.R.U.V.R)

$\sum \vec{F}_x = m.a$

$-\mu_k mg = m.a$

$a = -\mu g$

$v_{f_1}^2 = v_{o_1}^2 + 2a\Delta r_x$

$v_{f_1}^2 = (26,6)^2 - 2\mu g(30,5)$

$v_{f_1} = v_{o_2} = 20,29$

II tramo: $\vec{M}_a = -\vec{M}_{mov}$ (M.R.U.V.R)

$\sum \vec{F}_x = m.a'$

$mg\sin 30 + \mu mg\cos 30 = m.a'$

$a' = g\sin 30 + \mu g\cos 30$

$a' = 9,143\ m/s^2$

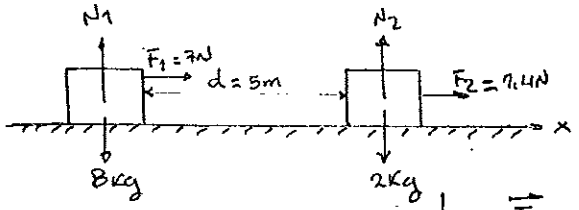
$v_{f_f}^2 = v_{o_2}^2 - 2a'd$

$0 = 20,29^2 - 2(9,143)d$

$d = 22,51$ m

$h = d\sin 30 = 11,25$ m

36.-Dos cuerpos con masas de 8 Kg y 2Kg respectivamente ,se encuentran en reposo uno al lado del otro,sobre una mesa pulida(rozamiento despreciable9,la masa de 8 Kg es acelerada partiendo del reposo,por medio de una fuerza de 7 Newtons y la de 2 Kg es acelerada de igual manera y en la dirección de la primera ,pero con una fuerza de 1,4 Newts.Ambos cuerpos empiezan a acelerarse en el mismo instante.Qué tiempo transcurrirá hasta que los dos cuerpos se encuentran separados 5 m?



$\sum \vec{F}_{1x} = m_1 a_1$

$7 = 8a_1$

$\hookrightarrow a_1 = 0,875\ m/s^2$

$d_1 = \frac{1}{2}(0,875)t^2$

$\sum \vec{F}_{2x} = m_2 a_2$

$1,4 = 2a_2$

$\hookrightarrow a_2 = 0,7\ m/s^2$

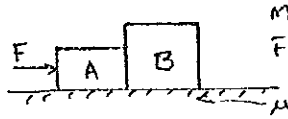
$d_2 = \frac{1}{2}(0,7)t^2$

$d_1 - d_2 = 5$

$\frac{1}{2}(0,875)t^2 - \frac{1}{2}(0,7)t^2 = 5$

$\hookrightarrow t = 7,6$ [seg]

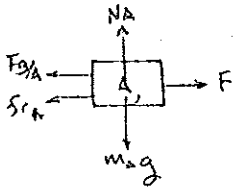
37.-Si en el problema Nº 24 resuelto el coeficiente de fricción de cada bloque y la superficie es 0,2.Determinar la acción del bloque B sobre el bloque A.



$m_A = 5kg$

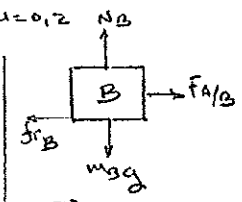
$m_B = 10kg$

$F = 30N$



$\sum \vec{F}_x = m_A a$

$F - F_{B/A} - f_{rA} = m_A a \quad (1)$



$\sum \vec{F}_x = m_B a$

$F_{A/B} - f_{rB} = m_B a \quad (2)$

$(1) + (2)$

$F - f_{rA} - f_{rB} = a(m_A + m_B)$

$a = \dfrac{F - f_{rA} - f_{rB}}{m_A + m_B}$

$a = \dfrac{30 - \mu m_A g - \mu m_B g}{m_A + m_B} = 0$

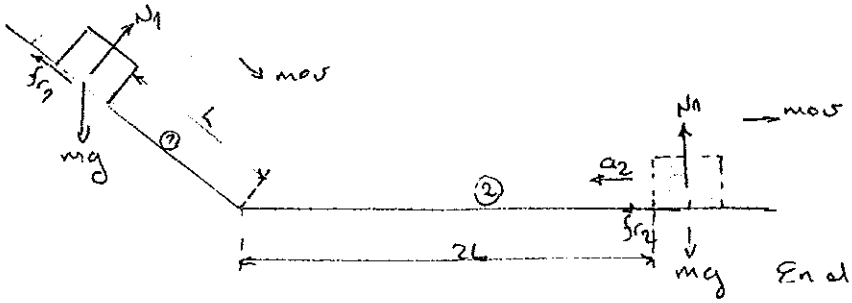
en (1)

$F - F_{B/A} - f_{rA} = 0$

$F_{B/A} = F - f_{rA} = 30 - \mu m_A g$

$F_{B/A} = 20\ [N]$ //

38.-Un cuerpo desliza:primero a lo largo de un plano inclinado un ángulo de 30° y luego continúa moviéndose sobre el plano horizontal.Determinar el coeficiente de rozamiento,si se sabe que el cuerpo recorre en el plano horizontal el doble de la distancia que el plano inclinado.



En el Tramo I:

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N = mg\cos 30$

$\sum \vec{F}_x = ma_1$

$mg\,\mathrm{Sen}30 - f_r = ma_1$

$mg\,\mathrm{Sen}30 - \mu mg\cos 30 = ma_1$

$a_1 = g(\mathrm{Sen}30 - \mu\cos 30)$

$v_{f1}^2 = v_{o1}^2 + 2a_1 L$

$v_{f1}^2 = 2gL(\mathrm{Sen}30 - \mu\cos 30)$

donde $v_{f1} = v_{o2}$

En el Tramo II:

$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N_2 = mg$

$\sum \vec{F}_x = ma_2$

$\mu_d mg = ma_2$

$a_2 = \mu g$

$v_{f2}^2 = v_{o2}^2 - 2a_2(2L)$

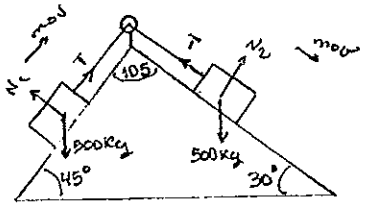
$0 = (2gL(\mathrm{Sen}30 - \mu\cos 30)) - 4\mu gL$

$(\mathrm{Sen}30 - \mu\cos 30) = 2\mu$

$\mathrm{Sen}30 = \mu(\cos 30 + 2)$

$\mu = 0{,}174$ //

39.-Dos objetos de 500Kg cada uno se atan con una cuerda y se cuelgan de una polea sin rozamiento situada en la parte alta de un doble plano inclinado.Uno de los lados del plano forma un ángulo de 45° con la horizontal y el otro forma 30° con la misma línea.De ésta manera se forma un ángulo de 105° en la parte alta donde se halla la polea.Cuál es la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



$\Sigma \vec{F}_{x1} = m a_s$

$500 \operatorname{Sen}45 - T = 500\, a_s$ ①

$\Sigma \vec{F}_{x2} = m a_s$

$T - 5000 \operatorname{Sen}30 = 500\, a_s$ ②

① + ②

$500 \operatorname{Sen}45 - 500 \operatorname{Sen}30 = a_s(500 + 500)$

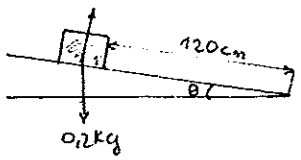
$a_s = 1{,}035\ m/s^2$

en ②:

$T = 500(1{,}035) + 5000 \operatorname{Sen}30$

$T = 3017{,}5\ [N]$

40.-Un cuerpo de masa 200 grs,parte del reposo y desliza hacia abajo sobre un plano inclinado liso; si recorre 120 cm durante el tercer segundo.Determinar el ángulo de inclinación del plano inclinado.



$\Sigma \vec{F}_x = m.a$

$mg \operatorname{Sen}\theta = m a$

$a = g \operatorname{Sen}\theta$ ①

$\Delta x = \cancel{v_0^0 t} + \frac{1}{2} a t^2$

$1{,}2 = \frac{1}{2} a (3^2)$

$a = 0{,}266\ m/s^2$ ②

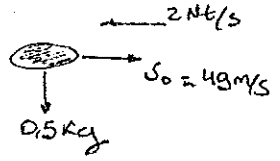
② en ①

$\operatorname{Sen}\theta = \frac{a}{g} = \frac{0{,}266}{10}$

$\hookrightarrow \theta = 1{,}6°$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

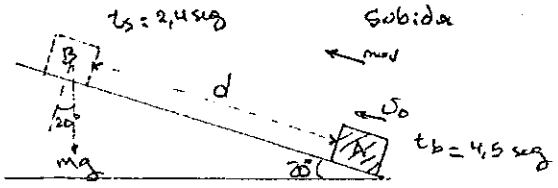
41.-Una bala cuyo peso es de 0,5 Kg se lanza en un medio homogéneo que le ofrece una resistencia de 2 Nt/s.Cuántos segundos tardará en pararse si su velocidad inicial es de 49 m/s.



$$fr = m.a$$
$$2t = 0,5a$$
$$a = \frac{2t}{0,5} \quad (1)$$

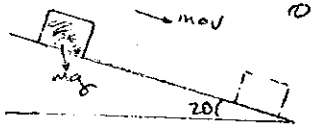
$$V_f = S_o - at \quad (2)$$
(1) en (2)
$$0 = S_o - \left(\frac{2t}{0,5}\right)t$$
$$t_{pararse} = \sqrt{\frac{49}{4}} = 3,5 \ [seg] \ //$$

42.- Se lanza un cuerpo con cierta velocidad inicial Vo al comienzo de un plano inclinado 20° con la horizontal.El bloque llega a subir hasta una posición B y luego regresa,pasando nuevamente por la posición de partida. Si el tiempo empleado en la subida es 2,4 segundos y en la bajada 4,5 segundos.Determinar la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano y las velocidades de partida y de regreso en la segunda pasada del cuerpo por su posición de partida.



$$\sum F_x = ma$$
$$mg\,sen20 = ma$$
$$a = g\,sen20$$
$$a = 3,42 \ m/s^2$$

$$V_{f\,subida} = S_o - at_s$$
$$S_{o\,partida} = 3,42(2,4) = 8,20 \ m/s.$$
$$S_{o\,partida} = 8,20 (m/s) \ //$$
$$V_f^2 = S_o^2 - 2ad \Rightarrow d = \frac{S_o^2}{2a}$$
$$d = \frac{8,20^2}{2(3,42)} = 9,83 \ [m] \ //$$



$$\sum F_x = ma$$
$$mg\,sen20 = ma$$
$$a = 3,42 \ m/s^2$$

$$V_f = S_o + at$$
$$S_{f\,bajada} = 3,42(4,5) = 15,39 \ m/s.$$
$$S_{f\,bajada} = 15,39 \ m/s \ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

43.-Un cuerpo se mueve sobre una superficie horizontal bien grande y sin rozamiento; a un tiempo t= 0 cuando su velocidad es $9\vec{i}+3\vec{j}$ m/s actúa sobre él una fuerza $\vec{F}=3\vec{i}-3\vec{j}$ Newtons.Si la masa del cuerpo es 1Kg.Después que han transcurrido 5 segundos.Determinar:

43.1.-La magnitud y dirección de la velocidad.

43.2.-La aceleración lineal o tangencial.

43.3.-La aceleración normal.

$|\vec{v}_o| = 9{,}48$ m/s

$\vec{F} = 3\vec{i}-3\vec{j}$ [N]

$m = 1$ Kg

$\Delta t = 5$ seg

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{3\vec{i}-3\vec{j}}{1} = 3\vec{i}-3\vec{j}$ m/s²

$\vec{\mu}_a = 0{,}707\vec{i} - 0{,}707\vec{j}$; $\vec{\mu}_a = \vec{\mu}_{v_o}$

43.1) $\vec{\mu}_{v_o} = 0{,}948\vec{i} + 0{,}316\vec{j} \Rightarrow \vec{\mu}_{v_o} \neq \vec{\mu}_a$ Mov. Curvilíneo.

$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$

$\vec{v} = (9\vec{i}+3\vec{j}) + (3\vec{i}-3\vec{j})*5$

$\vec{v} = 24\vec{i} - 12\vec{j}$ (m/s)

43.2) $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a}\cdot\vec{v})}{v^2}\cdot\vec{v}$

$\vec{a}_t = \frac{(3\vec{i}-3\vec{j})\cdot(24\vec{i}-12\vec{j})}{26{,}83^2}(24\vec{i}-12\vec{j})$

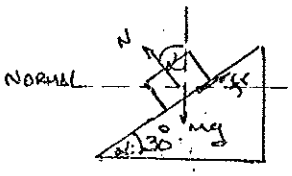
$\vec{a}_t = 3{,}6\vec{i} - 1{,}8\vec{j}$ [m/s²]

43.3) $\vec{a}_N = \vec{a} - \vec{a}_t$

$\vec{a}_N = (3\vec{i}-3\vec{j}) - (3{,}6\vec{i}-1{,}8\vec{j})$

$\vec{a}_N = -0{,}6\vec{i} - 1{,}2\vec{j}$ [m/s²]

Velocidad mínima:



$$\Sigma \vec{F}_z = 0$$

$$N\cos\alpha + f_r \operatorname{Sen}\alpha - mg = 0$$

$$N\cos\alpha + \mu N \operatorname{Sen}\alpha - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos\alpha + \mu \operatorname{Sen}\alpha} \quad (1)$$

$$\Sigma F_c = m a_c$$

$$N\operatorname{Sen}\alpha - f_r\cos\alpha = m\frac{v_{min}^2}{R}$$

$$N\operatorname{Sen}\alpha - \mu N\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = \frac{m v_{min}^2}{R(\operatorname{Sen}\alpha - \mu\cos\alpha)} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

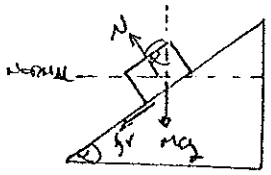
$$\frac{mg}{\cos\alpha + \mu\operatorname{Sen}\alpha} = \frac{m v_{min}^2}{R(\operatorname{Sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR(\operatorname{Sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha + \mu\operatorname{Sen}\alpha}}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{9{,}8\times 100(\operatorname{Sen}30 - 0{,}2\cos 30)}{\cos 30 + 0{,}2\operatorname{Sen}30}}$$

$$v_{min} = 18{,}2 \text{ m/s.}$$

Velocidad máxima:



$$\Sigma \vec{F}_z = 0$$

$$N\cos\alpha - f_r\operatorname{Sen}\alpha - mg = 0$$

$$N\cos\alpha - \mu N\operatorname{Sen}\alpha - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos\alpha - \mu\operatorname{Sen}\alpha} \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_c = m a_c$$

$$N\operatorname{Sen}\alpha + f_r\cos\alpha = m a_c$$

$$N\operatorname{Sen}\alpha + \mu N\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = \frac{m v^2}{R(\operatorname{Sen}\alpha + \mu\cos\alpha)} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{mg}{\cos\alpha - \mu\operatorname{Sen}\alpha} = \frac{m v_{max}^2}{R(\operatorname{Sen}\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{gR(\operatorname{Sen}\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\operatorname{Sen}\alpha}}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{9{,}8\times 100(\operatorname{Sen}30 + 0{,}2\cos 30)}{\cos 30 - 0{,}2\operatorname{Sen}30}} = 29{,}34 \text{ m/s}$$

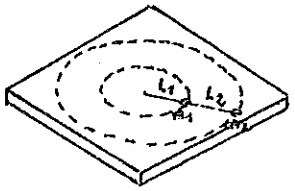
$$\Rightarrow 18{,}2 \le v \le 29{,}34 \text{ [m/s]}$$

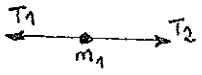
4.3.3) $$F_{c\,min} = m\frac{v_{min}^2}{R} = 1000\,\frac{(18{,}2^2)}{100} = 3312{,}4 \text{ [N]}$$

$$F_{c\,máx} = m\frac{v_{máx}^2}{R} = 1000\,\frac{(29{,}34)^2}{100} = 8608{,}3 \text{ [N]}$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

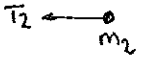
50.-Una masa M_1 está sujeta a una cuerda de longitud L,fija por un extremo.La masa se mueve en un círculo horizontal soportada por una mesa pulida.Una segunda masa m_2 se une a la primera mediante una cuerda de longitud L2 y se mueve también en círculo como se indica en la figura.Determinar la tensión en cada una de las cuerdas cuando las masas giran con una frecuencia de f (rev/seg).





$$\Sigma \vec{F}_C = m\frac{v_1^2}{r_1} = m_1\omega^2 r_1$$

$$T_1 - T_2 = m_1\omega^2 r_1 \quad (1)$$



$$\Sigma \vec{F}_C = m_2 a_c$$

$$T_2 = m_2\omega^2 r_2 \quad (2)$$

(1) + (2)

$$T_1 = m_1\omega^2 r_1 + m_2\omega^2 r_2$$

$$T_1 = m_1\omega^2 L_1 + m_2\omega^2 (L_1+L_2)$$

$$T_1 = m_1 (2\pi f)^2 L_1 + m_2 (2\pi f)^2 (L_1+L_2)$$

$$\Rightarrow T_1 = 4\pi^2 f^2 [m_1 L_1 + m_2 (L_1+L_2)]$$

$$\Rightarrow T_2 = m_2\omega^2 (L_1+L_2)$$

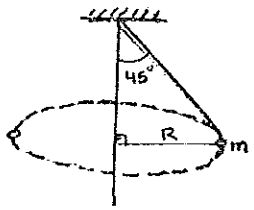
$$T_2 = m_2 (2\pi f)^2 (L_1+L_2) \;//$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

51.-Se hace girar un cuerpo de masa 5 Kg en una circunferencia horizontal como se indica en la figura,sujeta a una cuerda de longitud 2 m y con una velocidad Vo constante.Si la cuerda forma un ángulo de 45° con la vertical. Calcular:

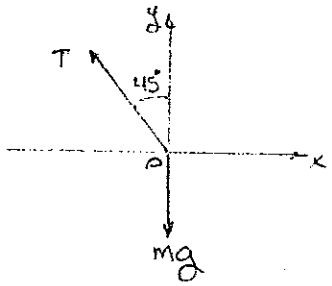
51.1.-La tensión en la cuerda.

51.2.-El valor de la velocidad del cuerpo Vo.



$R = L \operatorname{Sen} 45$

$R = 1{,}41\ [m]$



51.1)

$\sum F_y = 0$

$T \operatorname{Cos} 45 - mg = 0$

$T = \frac{mg}{\operatorname{Cos} 45} = \frac{50}{\operatorname{Cos} 45}$

$T = 70{,}71\ [N]$

52.2)

$\sum \vec{F}_c = m a_c$

$T \operatorname{Sen} 45 = m \frac{v^2}{R}$

$v^2 = \frac{RT \operatorname{Sen} 45}{m}$

$v^2 = \frac{1{,}41 \times 70{,}71 \operatorname{Sen} 45}{5}$

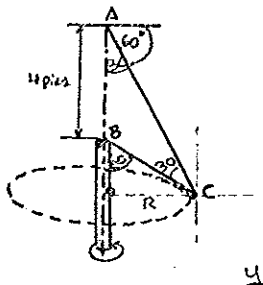
$\hookrightarrow v_o = 3{,}75\ [m/s]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

52.-Un bloque de masa 10 libras está asegurado a los extremos de los alambres AC y BC,como se indica en la figura.El sistema gira en una circunferencia horizontal con una velocidad constante.Determinar:

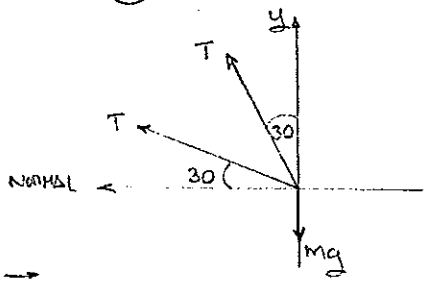
52.1.-La magnitud de la velocidad para que la tensión en las dos cuerdas sea la misma.

52.2.-El valor de la tensión.



$4 pies \frac{0,3048}{1 pies} = 1,21 m$

$m = 10 lb \frac{0,454 Kg}{1 lb} = 4,54 Kg$



Ley Seno:

$\frac{AB}{Sen30} = \frac{BC}{Sen30}$

$BC = 1,21 m$

$R = 1,21 Cos30 = 1,047 [m]$

$\Sigma \vec{F}_y = 0$

$T Cos30 + T Sen30 = mg$

$T(Cos30 + Sen30) = 4,54 \times 10$

$T = 33,23 [N]$

$\Sigma \vec{F}_c = m a_c$

$T Sen30 + T Cos30 = m \frac{v^2}{R}$

$v^2 = \frac{RT(Sen30 + Cos30)}{m}$

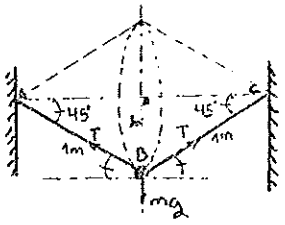
$v = 3,23 [m/s]$

52.1) $v = 3,23 [m/s]$

52.2) $T = 33,23 [N]$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

53.-Una pequeña esfera de 10 [N] de peso se sostiene mediante dos cuerdas AB y BC como se muestra en la figura.En la posición mostrada se le comunica a la esfera una velocidad inicial horizontal de 20 m/s para que describa una trayectoria circular vertical.Determinar la tensión en las cuerdas en el punto más bajo de la trayectoria.



AB = BC = 1m

$r = 1\,Sen45 = 0{,}707\ m$

$\Sigma F_c = m\frac{v^2}{r}$

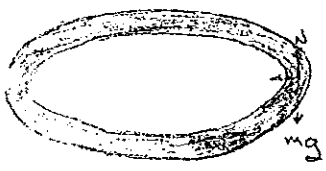
$T\,Sen45 + T\,Sen45 - mg = m\frac{v^2}{r}$

$2T\,Sen45 - 10 = \frac{20^2}{0{,}707}$

Despejo T :

$\hookrightarrow T = 407{,}13\ [N]$ //

54.-Un motociclista toma una curva con una velocidad de 72 Km/h en una carretera horizontal no peraltada.Si se conoce que el radio de la curva es 50m calcular el valor mínimo del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el pavimento para que no haya deslizamiento.



$v = 72\ Km/h = 20\ m/s$

$R = 50\ m$

$\Sigma F_c = ma_c$

$f_r = mv^2/R$

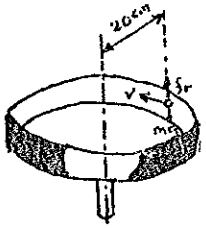
$\mu mg = m\frac{v^2}{R}$

$\mu = \frac{v^2}{gR} = \frac{20^2}{9{,}8 \times 50} = 0{,}816$

$\mu = 0{,}816$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

55.-El sistema de la figura gira alrededor de un eje vertical con velocidad constante.Conociendo que el coeficiente de rozamiento entre el pequeño bloque A y la pared cilíndrica es 0,2 ; determinar la mínima velocidad V para la cual el bloque permanecerá en contacto con la pared.



$$\sum \vec{F}_y = 0 \qquad \sum \vec{F}_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$f_r - mg = 0 \qquad N = m\frac{v^2}{R} \quad (2)$$

$$\mu N = mg$$

$$N = \frac{mg}{\mu} \quad (1)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{mg}{\mu} = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} = \sqrt{\frac{0,2 \times 10}{0,2}}$$

$$v = 3,16 \ [m/s] //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

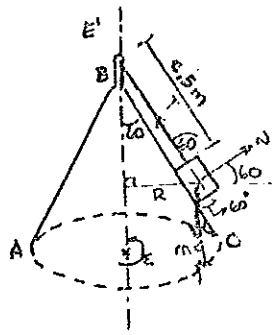
56.-Un bloque de masa 5 Kg se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC,que gira alrededor del eje EE' con una velocidad angular de 10 RPM.Si el bloque no desliza respecto al cono.Calcular:

56.1.-La velocidad lineal del cuerpo.

56.2.-La reacción de la superficie sobre el cuerpo.

56.3.-La tensión de la cuerda.

56.4.-La velocidad angular necesaria para reducir la reacción del plano a cero.



55.1) $R = 0,5\cos 30 = 0,43\ m$

$\omega = 10\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 1,047\ m/s$

$v = \omega . R$

$v = (1,047) \times 0,43$

$v = 0,45\ m/s$ //

55.2) $\Sigma \vec{F}_c = ma_c$

$T\,Sen60 - N\cos 60 = m\omega^2 . R$

$0,866T - 0,5N = 5\,(1,047)^2 \times 0,43$

$0,866T - 0,5N = 2,35$ ①

$\Sigma \vec{F}_y = 0$

$T\cos 60 + N\,Sen60 - mg = 0$

$0,5T + 0,866N = 50$ ②

Resolviendo ① ∧ ② :

$T = 27,03\ [N]$

$N = 42,17\ [N]$

56.3) $T = 27,03\ [N]$ //

56.4) $\Sigma \vec{F}_y = 0$

$T\cos 60 = mg \qquad (N=0)$

$\rightarrow T = 100\ [N]$

$\Sigma \vec{F}_c = m\omega^2 . R$

$100\,Sen60 = 5\,\omega^2 (0,43)$

$\therefore \omega = 6,34\ [rad/s]$ //

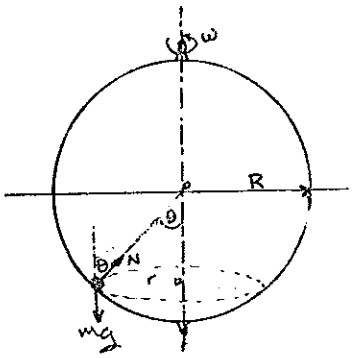
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

58.-Un pequeño cuerpo de masa "m" se encuentra sobre una esfera hueca de radio R,que gira alrededor de un eje vertical con una velocidad angular constante, como se indica en la figura.

58.1.-Dibuje el diagrama de fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa m en la posición indicada.

58.2.-Determine la expresión de la velocidad angular W,en función del radio R , g y θ:

58.3.-Demuestre que por más rápido que gire la esfera hueca es imposible que el cuerpo de masa "m",alcance el diámetro horizontal de la esfera.



58.2) $r = R\,Sen\theta$

$\sum \vec{F}_c = m\omega^2 \cdot r$

$N\,Sen\theta = m\omega^2 (R\,Sen\theta)$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$N\,Cos\theta = mg$

$N = \frac{mg}{Cos\theta}$ ②

② en ① :

$\frac{mg}{Cos\theta} \cdot Sen\theta = m\omega^2 R\,Sen\theta$

$\omega^2 = \frac{g}{R\,Cos\theta}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{R\,Cos\theta}}$ //

58.3) Para que alcance el diámetro horizontal θ tiene que ser igual $\theta = 90°$

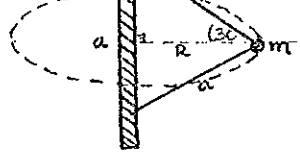
$\omega = \sqrt{\frac{g}{R\,Cos 90}} = \sqrt{\frac{g}{0}} = \infty$

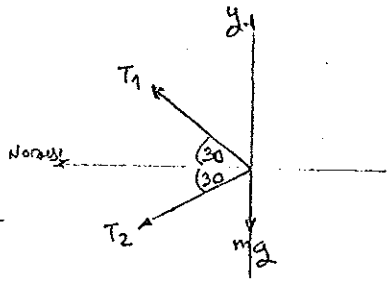
$\omega \to \infty$

⇒ Es imposible que alcance el diámetro horizontal. ya que tenemos velocidad angular infinita.

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

57.-Una bola de masa "m" está unida mediante dos hilos,a una varilla vertical giratoria,tal como se representa en la figura.Suponiendo que la velocidad angular de la varilla W,es igual a la de la bola la cual describe una trayectoria circular horizontal alrededor de la primera,y que el valor de W es el necesario para mantener tensos los hilos.Calcular la tensión que soporta cada uno de ellos,en función de los parámetros que intervienen.





$R = a\cos 30 = 0{,}866a$

$\sum \vec{F}_y = 0$

$T_1 \operatorname{Sen}30 = T_2 \operatorname{Sen}30 + mg$

$0{,}5T_1 = 0{,}5T_2 + mg$

$T_1 = \dfrac{0{,}5T_2 + mg}{0{,}5}$ ①

$\sum \vec{F}_c = m a_c$

$T_1 \cos 30 + T_2 \cos 30 = m\omega^2 R$ ②

① en ②

$\left(\dfrac{0{,}5T_2 + mg}{0{,}5}\right)\cos 30 + T_2 \cos 30 = m\omega^2(0{,}866a)$

Despejo T_2:

$\Rightarrow T_2 = 0{,}5a\omega^2 - mg$

$\therefore T_2 = m(0{,}5a\omega^2 - g)$ //

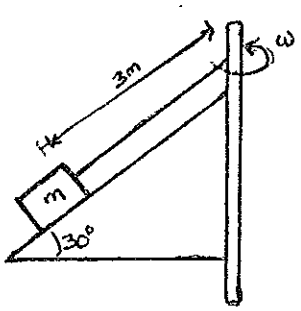
Reemplazando T_2 en ①

$T_1 = 0{,}5(am\omega^2 + 2mg)$

$\therefore T_1 = \dfrac{m(a\omega^2 + 2g)}{2}$ //

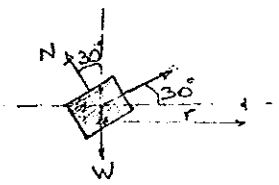
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

59.-Un pequeño cuerpo de masa 1Kg descanza sobre un plano inclinado,que gira alrededor de un eje vertical con una velocidad angular constante de 20 RPM. Si el cuerpo está unido al eje de rotación por medio de una cuerda,como se indica en la figura, y se considera despreciable el rozamiento entre el cuerpo y el plano.Calcule la tensión en la cuerda.



$$\omega = 20\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 2{,}09 \ (rad/s)$$

$$r = 3\cos 30 = 2{,}59 \ m$$



$$\Sigma \vec{F}_c = m a_c$$

$$T\cos 30 - N\,\mathrm{Sen}30 = m\omega^2 r \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$

$$T\,\mathrm{Sen}30 + N\cos 30 - 10 = 0$$

$$N = \frac{10}{\cos 30} - T\frac{\mathrm{Sen}30}{\cos 30} \quad (2)$$

(2) en (1)

$$T\cos 30 - \left(\frac{10}{\cos 30} - \frac{T\,\mathrm{Sen}30}{\cos 30}\right)\mathrm{Sen}30 = 1\,(2{,}09)^2 \times 2{,}59$$

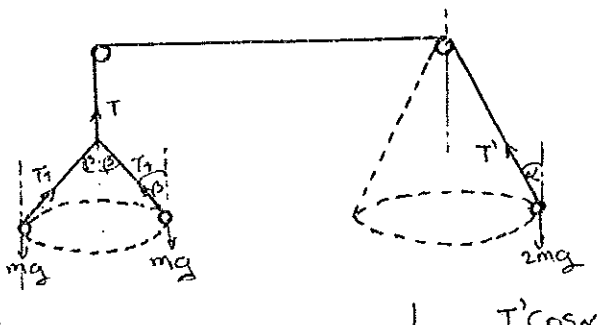
$$T = 14{,}79 \ [N] \ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

60.-En los extremos de un hilo que pasa a través de dos clavos están sujetos los pesos (como se indica la figura) que se mueve circularmente.A la izquierda están dos pesas de masa m cada uno,a la derecha un peso de masa 2m.Determinar:

60.1.-Si el sistema estará o no en equilibrio(es decir el hilo en su parte horizontal se mueve o no hacia uno de los extremos).

60.2.-Si el sistema estará o no en equilibrio si solamente la rama izquierda(bloques de masa m) giran y la rama derecha (bloque de masa 2m) está solamente suspendido sin girar.



60.1)

$T_1 \cos\beta = mg$

$T_1 \cos\beta = mg$

$T = T_1 \cos\beta + T_2 \cos\beta$

$T = mg + mg$

$T = 2mg$

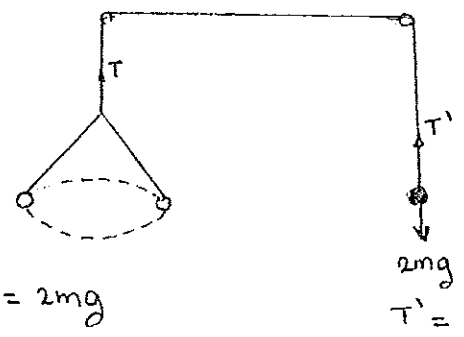
$T'\cos\alpha = 2mg$

$T' = \frac{2mg}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow T < T'$

El sistema no está en equilibrio el peso derecho atraerá su hilo a su lado.

60.2)



$T = 2mg$

$T' = 2mg$

$T = T'$

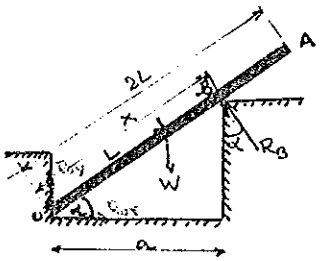
$\Rightarrow$ Está en equilibrio

MOMENTO DE UNA FUERZA

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

MOMENTO DE UNA FUERZA.

1.-Una varilla uniforme OA de longitud 2L de peso W,se apoya en una ranura rectangular como se indica en la figura.Calcular las reacciones en los puntos O y B.



$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow R_{ox} - R_B \operatorname{Sen}\alpha = 0$

$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow R_{oy} + R_B \operatorname{Cos}\alpha = W$

$R_B = \dfrac{W - R_{oy}}{\operatorname{Cos}\alpha}$ ①

$R_{ox} = R_B \operatorname{Sen}\alpha$ ②

$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_O = 0$

$R_B(x) - W(L\operatorname{Cos}\alpha) = 0$

Pero $x = \dfrac{a}{\operatorname{Cos}\alpha}$

$R_B\left(\dfrac{a}{\operatorname{Cos}\alpha}\right) - WL\operatorname{Cos}\alpha = 0$ ③

① en ③

$\left(\dfrac{W - R_{oy}}{\operatorname{Cos}\alpha}\right)\left(\dfrac{a}{\operatorname{Cos}\alpha}\right) = WL\operatorname{Cos}\alpha$

$R_{oy} = W\left(1 - \dfrac{L\operatorname{Cos}^3\alpha}{a}\right)$ ④

④ en ①:

$R_B = \dfrac{W\left[1 - \left(1 - \frac{L\operatorname{Cos}^3\alpha}{a}\right)\right]}{\operatorname{Cos}\alpha} = \dfrac{WL\operatorname{Cos}^2\alpha}{a} =$

$R_{ox} = \dfrac{WL\operatorname{Cos}^2\alpha}{a} \cdot \operatorname{Sen}\alpha$

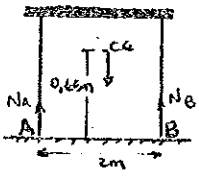
$R_o^2 = R_{ox}^2 + R_{oy}^2 = \dfrac{W^2L^2\operatorname{Cos}^4\alpha}{a^2} \cdot \operatorname{Sen}^2\alpha + W^2\left(1 - \dfrac{L\operatorname{Cos}^3\alpha}{a}\right)^2$

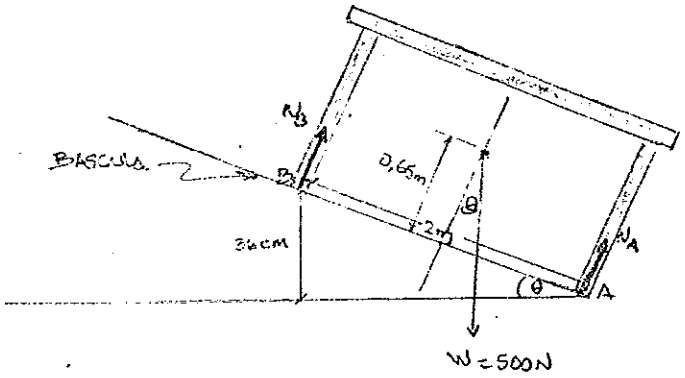
$R_o = \left[\dfrac{W^2}{a^2}\left(L^2\operatorname{Cos}^4\alpha + a^2 - 2aL\operatorname{Cos}^3\alpha\right)\right]^{1/2}$

$R_o = \dfrac{W}{a}\sqrt{a^2 - 2aL\operatorname{Cos}^3\alpha + L^2\operatorname{Cos}^4\alpha}$ =

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

2.-Una mesa que pesa 50 kg tiene susu patas a una distancia de 2 metros y su centro de gravedad a 0,65 metros del piso.Si levantamos las patas del lado izquierdo de la mesa y la apoyamos sobre una báscula de altura 36 centímetros.
Considerando despreciable toda clase de rozamiento:cuánto marcará la báscula?





$\text{Sen}\,\theta = \frac{36}{200}$

$\hookrightarrow \theta = 10,36°$

$\curvearrowleft +$

$\sum \tau_B = 0$

$-N_B(2) + 500\,\text{Cos}\,\theta\,(1) - 500\,\text{Sen}\,\theta\,(0,65) = 0$

$-N_B(2) + 500\,\text{Cos}\,10,37\,(1) - 500\,\text{Sen}\,10,37\,(0,65) = 0$

$N_B = 216,66\ [N]$

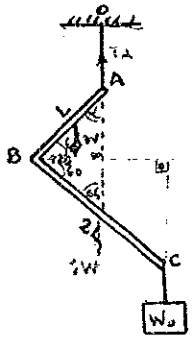
$\hookrightarrow N_B = 21,66\ Kg$

$R_B = 2N_B$ (Debido a que la mesa tiene dos patas en cada lado)

$\therefore \hookrightarrow$ Marcará: $43,32\ Kg$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

3.-Dos barras rígidas homogéneas AB y BC de longitudes L y 2L ,de pesos W y 2 W respectivamente,están unidas rígidamente en el punto B formando un ángulo de 120° en la posicón de equilibrio.
El extremo C soporta un peso Wo como se indica en la figura.Determinar el valor de Wo ,en función de W,si el punto medio de BC se encuentra en la vertical OA.



$120 + 2\alpha = 180$
$\alpha = 30°$ } Δ Isósceles

$\curvearrowleft +$

$\Sigma M_A = 0$

$W\left(\frac{L}{2}\cos 60\right) - W_o\left(2L\cos 60 - L\cos 60\right) = 0$

$W\left(\frac{L}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\right) - W_o\left(2L\left(\frac{1}{2}\right) - L\left(\frac{1}{2}\right)\right) = 0$

$\frac{W}{4} - W_o\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow W_o = \frac{W}{2}$ //

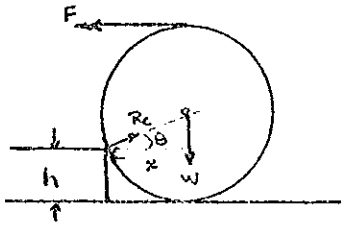
$\Sigma \vec{F}_y = 0$

$T_A - W - 2W - W_o = 0$

$T_A = \frac{7}{2}W$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.-Una rueda de peso W está sujeto a la acción de una fuerza horizontal F,para tratar de salvar el obstáculo de altura h,como se indica en la figura.Encuentre el valor de la fuerza F en función del peso de la rueda (W):sabiendo que h=d/4 (d es el diámetro de la rueda).



$h = \frac{d}{4} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$

$Sen\theta = \frac{R-h}{R} = \frac{R-\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2}$

$\theta = Sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^{\circ}$

$\overset{+}{\circlearrowleft} \Sigma M_C = 0$

$-W(x) + F(d-h) = 0$

$x = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}$

$x = \sqrt{2Rh - h^2}$

$\overset{+}{\circlearrowleft} \Sigma M_C = 0$

$F(d-h) - W\sqrt{2Rh-h^2} = 0$

$F = \frac{W\sqrt{2Rh-h^2}}{d-h}$

$F = \frac{W\sqrt{2Rh-h^2}}{\left(d-\frac{d}{4}\right)}$

$F = \frac{4W\sqrt{2Rh-h^2}}{3d}$

$F = \frac{4W\sqrt{2Rh-h^2}}{3(2R)}$

$F = \frac{2W\sqrt{2R\left(\frac{R}{2}\right) - \left(\frac{R}{2}\right)^2}}{3R}$

$F = \frac{2W\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}}}{3R}$

$F = \frac{2W\sqrt{(4R^2-R^2)/4}}{3R}$

$F = \frac{\frac{2W}{2}\sqrt{3R^2}}{3R} = \frac{W\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{R}{R}$

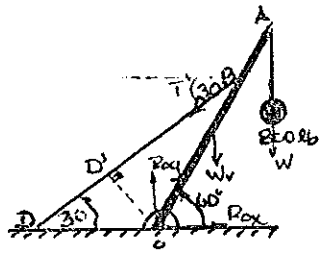
$F = W\frac{\sqrt{3}}{3}$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

5.-Una viga uniforme de peso 100 lg (OA) articulada en el punto O,está soportando un peso de 800 lg en el punto A.Para mantener la viga en la posición indicada en la figura se tiene el cable BD.Si OB es igual a ¾ de OA. Calcular:

5.1.-La tensión en el cable DB.

5.2.-La reacción en la articulación situada en el extremo inferior de la viga (punto 0).



$W = 800\,lb = 363,2\,kg$

$W_v = 100\,lb = 45,4\,kg$

$\overline{OB} = \frac{3}{4}\overline{OA}$

$OA = L$

5.1) $\sum \vec{F}_x = 0$ $\qquad \sum \vec{F}_y = 0$

$R_{ox} - T_x = 0$ ① $\qquad R_{oy} - T_y - W - W_v = 0$ ②

$\curvearrowleft +$

$\sum C_o = 0$

$T(D'O) - W_v\left(\frac{L}{2}\cos 60\right) - W(L\cos 60) = 0$

$D'O = OB\cos 60$

$D'O = \frac{3}{4}L\cos 60$

$T\left(\frac{3}{4}L\cos 60\right) - 45,4\left(\frac{L}{2}\cos 60\right) - 363,2\,(L\cos 60) = 0$

$0,375T - 11,35 - 181,6 = 0$

$T = 514,53\ [kg] \rightarrow T = 1133,3\,lb$

En ①:

$R_{ox} = T\cos 30 = 445,6\,kg$

En ②:

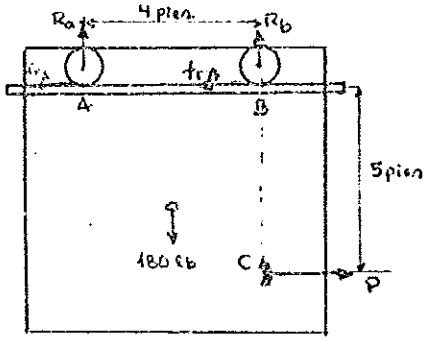
$R_{oy} = W + W_v + T_y$

$R_{oy} = 665,83\,kg$

$\vec{R}_o = 445,6\,\vec{i} + 665,83\,\vec{j}\ [kg]$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.-Una puerta deslizante de 180 lb de peso está montada sobre un carril horizontal como se indica en la figura.Los coeficientes de rozamiento estáticos entre el carril y la puerta en A y B son: 0,2 y 0,3 respectivamente.Calcular la fuerza horizontal que debe aplicarse a la manija C,para mover la puerta hacia la derecha.



$\mu_A = 0,2$

$\mu_B = 0,3$

$W_p = 180\ lb = 81,72\ kg$

$4 pies = 121,92\ cm$

$5 pies = 152,4\ cm$

$f_{rA} = 0,2\ Ra$

$f_{rB} = 0,3\ Rb$

$\sum \vec{F}_x = 0$

$-f_{rA} - f_{rB} + P = 0$ ①

$\sum \vec{F}_y = 0$

$Ra + Rb = 81,72\ kg$ ②

$\sum \tau_C = 0$

$-Ra\,(1,2192) + W\,(0,6096) + f_{rA}\,(1,524) + f_{rB}\,(1,524) = 0$

$-Ra\,(1,2192) + 81,72\,(0,6096) + 0,2\,Ra\,(1,524) + 0,3\,Rb\,(1,524) = 0$

$-Ra\,(1,2192) + 81,72\,(0,6096) + 0,2\,(1,524) + 0,3\,(81,72 - Ra)\,(1,524) = 0$

$\hookrightarrow Ra = 52,185\ kg$

en ②:

$Rb = 81,72 - 52,185 = 29,53\ kg$

en ①:

$P = f_{rA} + f_{rB}$

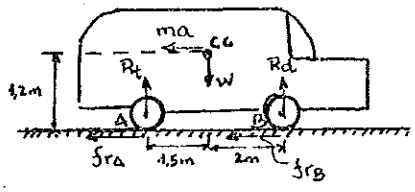
$P = 0,2\,(52,185) + 0,3\,(29,53)$

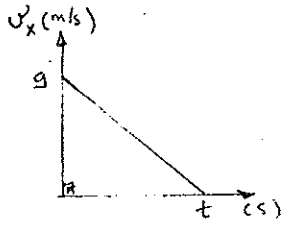
$P = 19,3\ kg$

$\hookrightarrow P = 42,55\ lb$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.-Un camión que marcha a una velocidad constante de 9 m/s se frena bruscamente,inmovilizando sus cuatro ruedas.
La distancia que recorre desde este momento hasta detenerse es 5 metros.Calcular el valor de las reacciones y de las fuerzas de rozamiento En cada rueda durante todo el recorrido,en función del peso del camión W.





$A_\Delta = \frac{1}{2}(9)(t)$

$5 = \frac{1}{2}(9)t \Rightarrow t = 1,11 \text{ seg}$

$a = \frac{v}{t} = \frac{9}{1,11} = 8,1 \text{ m/s}^2$

$\sum M_A = 0$

$2Rd(1,5+2) - Wx1,5 + ma(1,2) = 0 \quad ①$

$\sum M_B = 0$

$2Rt(1,5+2) - W(2) - ma(1,2) = 0 \quad ②$

en ①: $7Rd - 1,5W + \frac{W}{g}(8,1)(1,2)$

$\hookrightarrow Rd = \frac{1,5W - 0,972W}{7} = 0,075W$ //

en ②: $Rt = \frac{2W + (1,2)(8,1)\frac{W}{g}}{7} = 0,424W$ //

$f_{rdelante} = \mu Rd = 0,075W\mu \Rightarrow f_{rd} = 0,0612W$ //

$f_{ratrás} = \mu Rt = 0,424W\mu \Rightarrow f_{radr} = 0,345W$ //

$\sum F_x = m.a$

$f_{rA} + f_{rB} = \frac{W}{g}a$

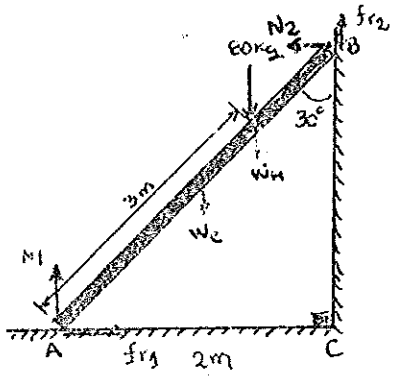
$2\mu(Rt + Rd) = \left(\frac{8,1}{10}\right)W$

$2\mu(0,424W + 0,075W) = 0,81W$

$\mu = \frac{0,81}{0,992} = 0,816$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.- Una escalera de 4 metros de longitud y 10 Kg de peso está apoyada contra una pared vertical,como se indica en la figura.Cuando un hombre de peso 80 Kg alcanza un punto a 3 m del extremo inferior A la escalera está a punto de resbalar.Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre la escalera y la pared es 0,2.Determine el coeficiente de rozamiento entre el piso y la escalera.



$AC = 4\,Sen30 = 2m$

$\sum \vec{F}_x = 0$

$fr_1 = N_2$ ①

Pero la fuerza de rozamiento también es igual :

$fr_1 = \mu_s N_2$ ②

$\sum \vec{F}_y = 0$

$fr_2 + N_1 = W_H + W_e$ ③

$\overset{+}{\curvearrowleft} \sum M_A = 0$

$N_2(\bar{BC}) - We(2Cos60) - W_H(3Cos60) + fr_2(\bar{AC}) = 0$

$N_2(\bar{BC}) - We(2Cos60) - W_H(3Cos60) + 0,2\,N_2(\bar{AC}) = 0$

$N_2(3,46) - 10(2Cos60) - 80(3Cos60) + 0,2\,N_2(2) = 0$

$\therefore N_2 = 33,67\ Kg$

$fr_1 = 33,67\ Kg$

en ③ :

$N_1 = W_H + We - 0,2\,N_2$

$N_1 = 80 + 10 - 0,2 \times 33,67$

$N_1 = 83,26\ Kg$

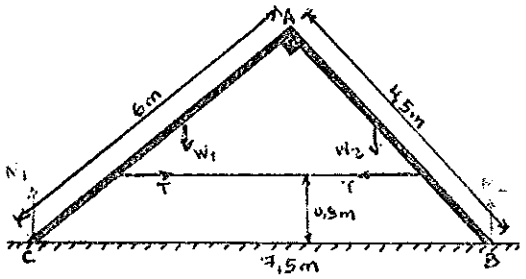
en ① :

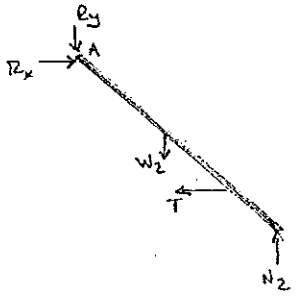
$fr_1 = 33,67 = \mu_s (83,26)$

$\therefore \mu_s = 0,40$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Dos escaleras de longitudes 6 m y 4,5 m respectivamente,están articuladas en el punto A y unidas por una cuerda horizontal situada 90 cm por encima del suelo,como se indica en la figura.
Sus pesos respectivos son: 40 y 30 Kg y el centro de gravedad de cada una se encuentra en sus puntos medios respectivos.Considerando que no existe rozamiento con el suelo.Calcular:
9.1.-La fuerza ejercida en el punto de apoyo de cada escalera.
9.2.-La tensión de la cuerda.
9.3.-La fuerza que una escalera ejerce sobre la otra en el punto A.
9.4.-Si suspende en el punto A un cuerpo de peso 100 Kgf calcule la tensión en la cuerda.





9.1)

$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0$ $\qquad$ $\overrightarrow{\Sigma F_y} = 0$

$R_x = T$ ① $\qquad$ $N_1 + N_2 - W_1 - W_2 = 0$ ②

$\overset{+}{\curvearrowleft} \Sigma M_C = 0$

$N_2(7,5) - W_2\left(7,5 - \frac{4,5}{2}\cos 53,13\right) - W_1\left(\frac{6}{2}\cos 36,86\right) + T(0,9) - T(0,9) = 0$

$N_2(7,5) - 30(6,15) - 40(2,4) = 0$

$N_2 = 37,4\ Kg$ //

en ②:

$N_1 = W_1 + W_2 - N_2$

$N_1 = 32,6\ Kg$ //

En la escalera 2:

9.2) $\overset{+}{\curvearrowleft} \Sigma M_A = 0$

$N_2(4,5\cos 53,13) - W_2\left(\frac{4,5}{2}\cos 53,13\right) - T(4,5\,\mathrm{Sen}\,53,13 - 0,9)$

$37,4(2,7) - 30(1,35) - T(2,7) = 0$

$\hookrightarrow T = 22,4\ Kg$ //

9.3) $\sum \vec{F}_x = 0$

$R_x = T = 22{,}34\ Kg$

$\sum \vec{F}_y = 0$

$-R_y - W_2 + N_2 = 0$

$R_y = N_2 - W_2 = 37{,}36\ Kg - 30\ Kg$

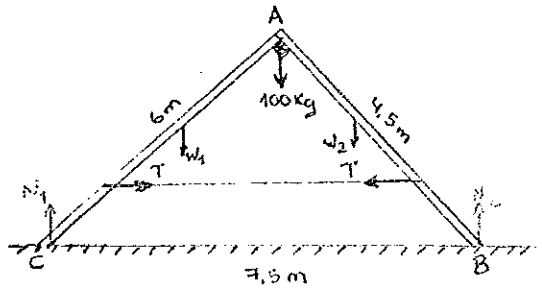
$R_y = 7{,}36\ Kg$

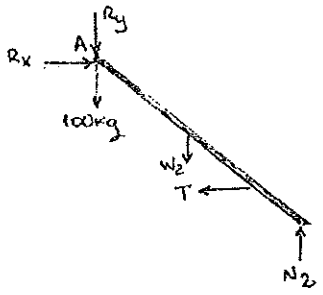
$R_A = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$R_A = \sqrt{22{,}34^2 + 7{,}36^2}$

$\therefore R_A = 23{,}52\ Kg$ //

9.4)





$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_C = 0$

$N_2(7{,}5) - W_2\left(7{,}5 - \frac{4{,}5}{2}\cos 53{,}13\right) - W_1(3\cos 36{,}86) + T(0{,}9) - T(9{,}9)$

$-100\,(6\cos 36{,}86) = 0$

$\Rightarrow N_2(7{,}5) - 30 \times 6{,}15 - 40(2{,}4) - 480 = 0$

$\therefore N_2 = 101{,}40\ Kg$ //

$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_A = 0$

$N_2(4{,}5\cos 53{,}13) - W_2\left(\frac{4{,}5}{2}\cos 53{,}13\right) - T(1{,}5\,\text{sen}\,53{,}13 - 0{,}9) = 0$

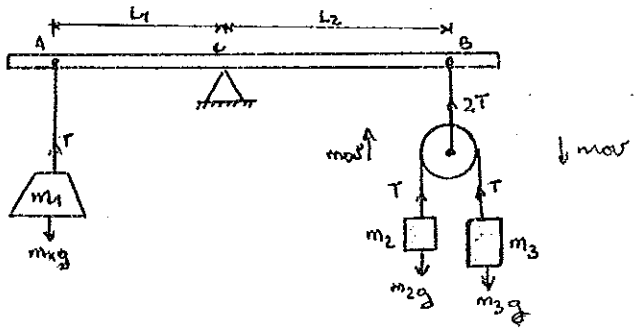
$101{,}4\,(2{,}7) - 30\,(1{,}35) - T\,(2{,}7) = 0$

$\therefore \quad T = 86{,}4\ Kg$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

10.-En el sistema de la figura,si m_3 es mayor que m_2,demuestre que:

$$m_1(m_2+m_3).L_1 = 4m_2.m_3.L_2$$



$\overset{+}{\curvearrowleft}$

$\Sigma \tau_O = 0$

$-m_1 g(L_1) + 2T(L_2) = 0$ ①

$\Sigma \vec{F}_y = m_2 a$

$T - m_2 g = m_2 a$ ②

$\Sigma \vec{F}_y = m_3 a$

$m_3 g - T = m_3 a$ ③

② + ③

$m_3 g - m_2 g = m_2 a + m_3 a$

$a = \frac{(m_3 - m_2)}{(m_2 + m_3)} g$

en ②

$T = m_2(g + a) = m_2\left(g + \frac{(m_3 - m_2)}{(m_3 + m_2)} \cdot g\right)$

$T = \frac{2 m_2 m_3}{(m_2 + m_3)} \cdot g$

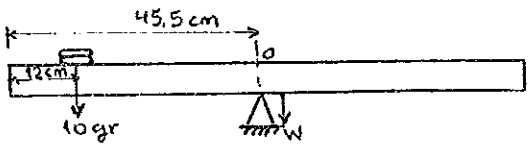
en ① :

$-m_1 g(L_1) + 2\left\{\frac{2 m_2 m_3}{(m_2 + m_3)} \cdot g\right\}(L_2) = 0$

$4 m_2 m_3 L_2 = m_1(m_2 + m_3) L_1$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Una regla de 1 metro de longitud,se equilibra sobre un apoyo en la división 50 cm.Cuando se ponen dos monedas de masa 5 gr cada una en la marca 12 cm se encuentra que la regla en esta condiciones se equilibra con apoyo en la marca 45,5 cm.Calcule la masa de la regla.

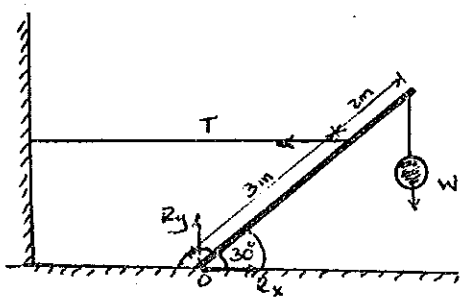


$\overset{(+)}{\Sigma \tau_o = 0}$

$(10\,gr)(33,5) - W(4,5) = 0$

$W = 74,44\,gr$ //

12.-Si el peso del puntal de la figura es despreciable.Determinar:
12.1.-El peso necesario para producir una tensión de 200 Kg en el cable horizontal.
12.2.-El valor y dirección de la fuerza ejercida sobre el puntal en el extremo inferior.



(12.1) $\overset{(+)}{\Sigma \tau_o = 0}$

$-W(5\cos 30) + T(3\operatorname{sen} 30) = 0$

$-W(5\cos 30) + 200(3\operatorname{sen} 30) = 0$

$W = 69,28\,Kg$

$\Sigma \vec{F}_x = 0$

$R_x = T$

$R_x = 200\,Kg$

$\Sigma \vec{F}_y = 0$

$R_y - W = 0$

$R_y = 69,28\,Kg$

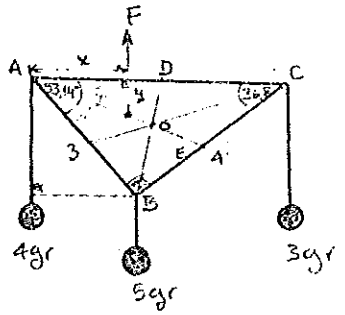
(12.2) $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$R = \sqrt{200^2 + 69,28^2}$

$R = 211,65\,Kg$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.-De los vértices de un triángulo rectángulo cuyos lados son: 3, 4 y 5 cm penden hilos con pesos cuyo valor en gramos es igual al valor de la longitud del lado opuesto.Si los pesos se mantienen en un mismo plano y perpendiculares a la hipotenusa del triángulo.Determinar el punto de aplicación de F,para que el sistema se mantenga en equilibrio (desprecie el peso del triángulo).



$\vec{\Sigma F}_y = 0$

$F - (4gr + 5gr + 3gr) = 0$

$F = 12\,gr$

$\overset{+}{\circlearrowleft} \Sigma \tau_A = 0$

$-W_B(3\cos 53,14) - W_C(5) + F(x) = 0$

$-5(1,8) - 3(5) + 12(x) = 0$

$x = 2\,cm$ //

$DB^2 = AB^2 + AD^2 - 2\overline{AB}\,\overline{AD}\cos 53,14°$

$DB^2 = 3^2 + 2,5^2 - 2(3)(2,5)\cos 53,14$

$DB = 2,5\,cm \rightarrow \overline{OB} = \frac{2}{3}\overline{DB} = 1,66\,cm$

$\overline{AE} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6\,cm \rightarrow \overline{AO} = \frac{2}{3}\overline{AE} = 2,4\,cm$

$\cos\hat{1} = \frac{-2,4^2 + 3^2 - 1,66^2}{2(2,4)(3)} \Rightarrow \hat{1} = 33,52°$

$\hat{2} = 19,6°$

$\tan\hat{2} = \frac{y}{x}$

$y = 2\tan 19,6 = 0,712\,cm$ //

$P(2; -0.712)\,cm$ //

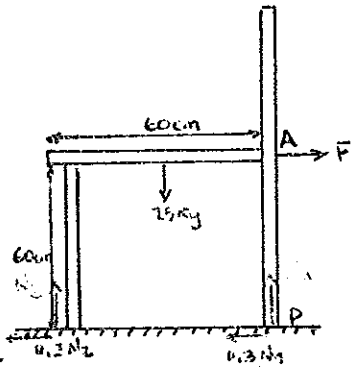
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

14.-Una silla ha de ser arrastrada hacia la derecha a velocidad constante sobre una superficie horizontal,siendo el coeficiente de rozamiento dinámico a 0,3 y el peso de la silla 25 Kg.

14.1.-Qué fuerza horizontal es necesaria?

14.2.-Cuál es la fuerza vertical ejercida sobre cada pata si la fuerza que arrastra la silla está ejercida en A?

14.3.-Cuál es la altura máxima a la cual puede ser aplicada la fuerza para que no se produzca el volcamiento de la silla?



14.1) $\sum \vec{F}_y = 0$

$2N_1 + 2N_2 - 25 = 0$

$25 = 2(N_1+N_2) \Rightarrow (N_1+N_2) = \frac{25}{2}$ ①

$\sum \vec{F}_x = 0$

$F - 0,3(2N_2) - 0,3(2N_1) = 0$ ②

$F = 0,6(N_1+N_2)$ ① en ②:

$F = 0,6\left(\frac{25}{2}\right) = 7,5\ Kg$ //

14.2) $\overset{+}{\circlearrowleft} \sum \tau_P = 0$

$25(30) - 2N_2(60) - F(60) = 0$

$2N_2$: debido a las dos patas delanteras

$25(30) - 2N_2(60) - 7,5(60) = 0$

$\hookrightarrow N_2 = 2,5\ Kg$ //

en ①:

$\hookrightarrow N_1 = 10\ Kg$ //

14.3) $\overset{+}{\circlearrowleft} \sum \tau_P = 0$

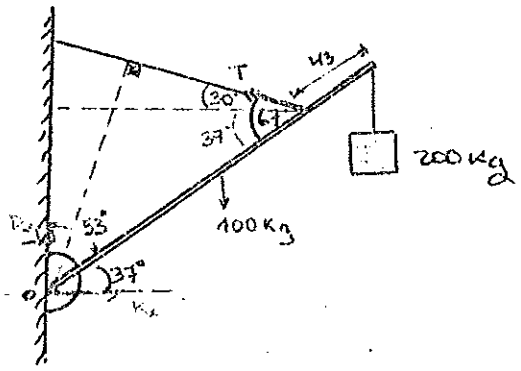
$25(30) - (2N_2)(60) - F(H) = 0$ ($2N_2 = 0$)

$25(30) = 7,5\,H_{máx}$

$\hookrightarrow H_{máx} = 100\ [cm]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.-En el sistema de la figura,determine la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza que actúa en el muro.La viga es uniforme y pesa 100 Kg.



$\overset{+}{\circlearrowleft} \Sigma M_A = 0$

$-100\left(\frac{L}{2}\cos 37\right) + T\left(\frac{5}{3}L\sin 37\right) - 200\left(L\cos 37\right) = 0$

$-39,93 + 0,613T - 159,72 = 0$

$\hookrightarrow T = 325,7\ Kg$ //

$\Sigma \vec{F}x = 0$

$R_x - T_x = 0$

$R_x = T\cos 30$

$R_x = 282\ Kg$

$\Sigma \vec{F}y = 0$

$R_y + T_y - 100 - 200 = 0$

$R_y = 300 - T\sin 30$

$R_y = 137,15\ Kg$

$\vec{R_o} = 282\vec{i} + 137,15\vec{j}\ [Kg]$

$|\vec{R_o}| = 313,58\ Kg$ //

TRABAJO Y ENFERMEDAD

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

TRABAJO ,POTENCIA Y ENERGÍA.

1.-Un motor que tiene un rendimiento del 90% mueve una grúa cuyo rendimiento es del 40%.Con qué velocidad levantará la grúa una masa de 500 Kg,si se aplica al motor una potencia de 5 Kilowatios.

El rendimiento total sera.

$\eta = 0,9 \times 0,4 = 0,36$

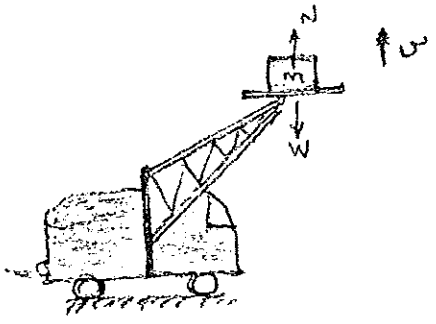
$P = 0,36 \times 5\,KW = 1,8\,KW$

$P = F_g \cdot v$

$F_g = m \cdot g = 5000\ [N]$

$v = \frac{P}{F_g} = \frac{1800}{5000}$

$v = 0,36\ m/s$ //

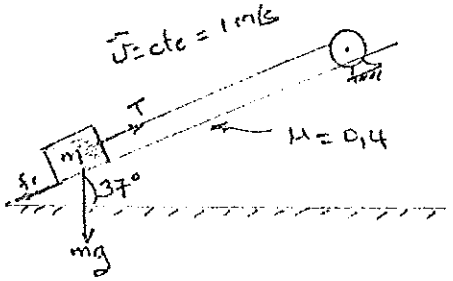


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

2.-Un bloque de masa 100 Kg es halado por una máquina hacia arriba de una colina con velocidad constante de 1 m/s.Si la colina forma un ángulo de 37° con la horizontal y si el coeficiente de fricción es 0,4.

2.1.- Cual es el trabajo neto hecho sobre el bloque al moverse 10 metros hacia arriba de la colina.

2.2.- Cual es la potencia de la máquina en c.v y H.p.



2.1) $T_{NETO} = \Delta E_C^{\,0}$ para $v = cte$

$T_{NETO} = 0\ J$

2.2) $\sum F_x = 0$

$T - mg\,Sen37 - \mu mg\,Cos37 = 0$

$T = 100(10)\,Sen37 - 0,4(100)(10)\,Cos37$

$T = 921,27\ [N]$

$P = \frac{Trabajo}{tiempo} = \frac{T.d}{t} = T.\left(\frac{d}{t}\right) = T.v$

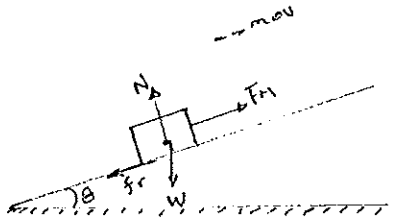
$P = 921,27\ W$

$P = \frac{921,27}{746} = 1,23\ Hp$ //

$P = \frac{921,27}{735} = 1,25\ c.v$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

3.- Un auto de masa 1500Kg sube por una carretera recta,cuya pendiente es del 5% a un tiempo t=0 s; tiene una velocidad de 36 Km/h.Qué potencia debe desarrollar el motor considerando una eficiencia mecánica del 90%,para que en 5 segundos,alcance una velocidad de 54 Km/h y considerando una resistencia total al movimiento de 1/10 del peso del auto.



$\tan\theta = \frac{5}{100} \rightsquigarrow \theta = 2,86°$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15-10}{5} = 1\ m/s^2$

$\sum F_x = m.a$

$F_m - f_r - mg\,Sen\theta = m.a$

$F_m = ma + f_r + mg\,Sen\theta$

$F_m = 1500(1) + \frac{1}{10}(15000) + 15000\,Sen\,2,86°$

$F_m = 3748,43\ N_t$

$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta r$

$\Delta r = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = 62,5\ [m]$

$W_{FM} = F_m.\Delta r = 3748,43*(62,5) = 234276,8\ [J]$

$P_m = \frac{W_{FM}}{t} = \frac{234276,8}{5} = 46855,37\ [W]$

$\eta\% = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREG}} \times 100$

$P_{ENTREG} = \frac{46855,37}{0,9} = 52061,52\ [W]$

$P_{ENTREG} = 69,78\ [HP]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.- Un avión vuela hacia el norte con una velocidad constante de 420 Km/h,la potencia de las turbinas es de 200Hp.Calcular:
4.1.- El valor de la fuerza de resistencia del aire.
4.2.- El trabajo que realizan las turbinas del avión en 10 segundos.

4.1) $P = 200HP = 149200\,W$

$P = F_R.\left(\frac{d}{t}\right) = F_R.v_m$

$P = F_R.v_m$

$149200 = F_R.(116,67)$

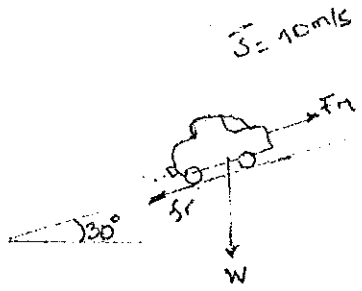
$F_R = 1278,8\,[N]$

4.2) $P = \frac{T}{t}$

$149200 = \frac{T}{10}$

$\therefore T = 1492000\,[J]$ //

5.- Un vehículo cuya masa es 1000 Kg sube un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal una distancia de 100 metros a 36 Km/h.
La fuerza de fricción vale 2000 Newtons.Determinar la potencia del motor.



$\sum \vec{F}_x = 0$

$F_M = f_r + mg\,Sen30$

$F_M = 2000 + 10000\,Sen30$

$F_M = 7000\,[N]$

$P_M = F_M.v$

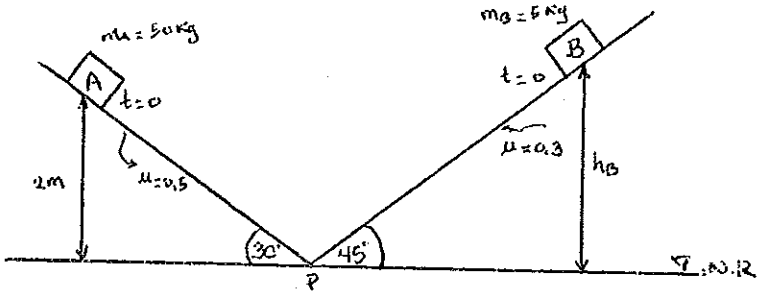
$P_M = 7000\,(10)$

$P_M = 70000\,[W]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.-Los cuerpos A y B parten del reposo al mismo instante .Determinar:

6.1.-De que altura hB debe partir B para que choque con A en P.
6.2.- El trabajo realizado por los pesos de A y B desde t=0 hasta que chocan en P.



6.1)

$E_{MA} = E_{MP} + T'$

$mgh_A = \frac{1}{2}mv_P^2 + \mu mgd\cos 30$

$50(10)(2) = \frac{1}{2}(50)v_P^2 + 0,5\times 500\times 4\cos 30$

$v_{PA} = 2,31\ m/s$

$\sum F_{xA} = m_A a_A$

$m_A g\sin 30 - 0,5 m_A g\cos 30 = m_A a_A$

$a_A = 0,669\ m/s^2$

$v_A = v_{oA}^{\,0} + a_A t$

$t = \frac{v_A}{a_A} = \frac{2,31}{0,669} = 3,452\ seg$

$\sum F_{xB} = m_B a_B$

$a_B = g\sin 45 - 0,3 g\cos 45$

$a_B = 4,949\ m/s^2$

$v_B = v_{oB}^{\,0} + a_B t$

$v_B = 4,949(3,5) = 17,32\ m/s$

OBSERVACION:

$v_A^2 = v_{oA}^{\,0} + 2a\Delta r$

$v_A = \sqrt{2a\Delta r} = 2,31\ m/s$

$E_{MB} = E_{MP} + T'$

$m_B g h_B = \frac{1}{2}m_B v_{BP}^2 + \mu m_B g\cos 45\left(\frac{h_B}{\sin 45}\right)$

$5(10)h_B = \frac{1}{2}(5)(17,32)^2 + 0,3\times 50\, h_B$

$\hookrightarrow h_B = 21,42\ [m]$

6.2)

$T_{m_A g} = -\Delta E_{pg}$

$T_{m_A g} = -(E_{pgf}^{\,0} - E_{pgo})$

$T_{m_A g} = E_{pgo} = 500(2) = 1000\ [J]$

$T_{m_B g} = m_B g h_B = 50(21,42)$

$T_{m_B g} = 1071\ [J]$

7.- Una partícula de 5 Kg parte del reposo y se mueve durante 10 (s) bajo la acción de las siguientes fuerzas:

$\vec{F}_1 = 50N(0{,}70\vec{i} - 0{,}70\vec{j} - 0{,}14\vec{k})$

$|\vec{F}_2| = 20N \qquad \vec{u}_{F2} = (-0{,}30\vec{i} - 0{,}60\vec{j} + n\vec{k})$ **y su peso.Determinar:**

7.1.- La variación de energía cinética de la partícula durante los 10 segundos.

7.2.- La variación de energía mecánica,en el mismo intervalo.

7.1) $|\vec{u}_{F2}| = 1 = 0{,}30^2 + 0{,}60^2 + n^2 \Rightarrow n = 0{,}741$

$\vec{F}_2 = 20\,(-0{,}30\vec{i} - 0{,}60\vec{j} + 0{,}741\vec{k}) = -6\vec{i} - 12\vec{j} + 14{,}82\vec{k}$

$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{W} = (35\vec{i} - 35\vec{j} - 7\vec{k}) + (-6\vec{i} - 12\vec{j} + 14{,}82\vec{k}) - 50\vec{j}$

$\Sigma\vec{F} = 29\vec{i} - 97\vec{j} + 7{,}8\vec{k} = m\vec{a}$

$\vec{a} = 5{,}8\vec{i} - 19{,}4\vec{j} + 1{,}56\vec{k}$

$|\vec{a}| = 20{,}3\ m/s^2 \quad \therefore a = \frac{\Delta V}{t} \Rightarrow \Delta V = a.t = 203\ m/s$

$\Delta E_c = \frac{1}{2}m(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}(5)(203)^2 = 103022{,}5\ [J]$ //

7.2) $\Sigma F_{ext} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 29\vec{i} - 47\vec{j} + 7{,}8\vec{k}$

$|\vec{F}_R| = 55{,}77\ [N]$

$\vec{\Delta r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\vec{\Delta r} = \frac{1}{2}(5{,}8\vec{i} - 19{,}4\vec{j} + 1{,}56\vec{k})(10)^2 = 290\vec{i} - 970\vec{j} + 78\vec{k}$

$|\vec{\Delta r}| = 1015{,}42\ [m]$

$T_{Fext} = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \cancel{T^0}$

$55{,}77\,(1015{,}42) = 103022{,}5 + \Delta E_{pg}$

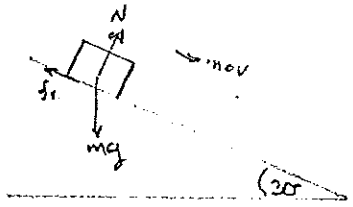
$\Delta E_{pg} = -46392{,}52\ J$

$\Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_{pg}$

$\Delta E_M = 56629{,}98\ [J]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Un cuerpo de masa "m" se desliza partiendo del reposo hacia debajo de un plano inclinado rugoso,que forma un ángulo de 30° con la horizontal.Si el 70% de la energía mecánica total inicial se disipa durante el descenso en forma de calor;calcular el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano inclinado.



$$\Sigma F_x = m.a$$

$$mg\,Sen30 - \mu mg\,Cos30 = m.a$$

$$a = g\,Sen30 - \mu g\,Cos30 \quad (1)$$

$$E_{Mi} = E_{Mf} + T'$$

$$E_{Mi} = E_{Mf} + 0,7\,E_{Mi}$$

$$0,3E_{Mi} = E_{Mf}$$

$$0.3mgh = \frac{1}{2}m v_f^2$$

$$0.3\,mgd\,Sen30 = \frac{1}{2}m v_f^2$$

$$v_f^2 = 0,6\,g\,d\,Sen30 \quad (2)$$

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad \quad (3)$$

(2) ∧ (1) en (3)

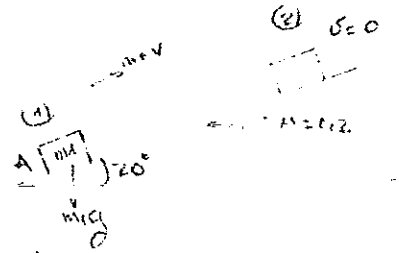
$$0,6g\,d\,Sen30 = 2(g\,Sen30 - \mu g\,Cos30).d$$

$$\hookrightarrow \mu = 0,404$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.- Un bloque de masa 1 Kg es disparado a lo largo de un plano inclinado 20°,pasando por un punto A del plano con una velocidad Vo.Si el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es 0,2 ; y el tiempo que utiliza el bloque hasta detenerse en la parte más alta del plano es 1 segundo.Calcular:

9.1.-La velocidad Vo con la que pasó por el punto A.
9.2.- La distancia que recorre el bloque.
9.3.- El trabajo realizado por la fuerza de fricción.
9.4.-La energía mecánica total en la parte más alta del plano.
9.5.- Luego de detenerse en la parte más alta del plano,descenderá o no el bloque.Porqué ?.
9.6.- En caso de bajar,con qué velocidad pasará de regreso por el punto A.



$\sum \vec{F}_x = m a$

$\mu mg\cos 20 + mg\sin 20 = m.a$

$a = \mu g\cos 20 + g\sin 20$

$a = 5,3\ m/s^2$

$v_2^2 = v_1^2 - 2ad$

$d = \frac{v_1^2}{2a}$ ①

9.1) $v_2 = v_0 - at$

$v_1 = 5,3(1) = 5,3\ [m/s]$

$v_1 = v_0 = 5,3\ [m/s]$ //

9.2) en ①:

$d = \frac{5,3^2}{2(5,3)} = 2,65\ [m]$ //

9.3) $T_{fr} = -fr.d$

$T_{fr} = -\mu mg\cos 20 . d$

$T_{fr} = -0,2 \times 10\cos 20\ (2,65) = -4,98\ [J]$

$T_{fr} = -4,98\ [J]$ //

9.4) $E_{MT_2} = E_{pg_2} + E_{c_2} + T'$

$E_{MT_2} = mgh_2 + 4,98$

$E_{MT_2} = 10(2,65\sin 20) + 4,98 = 14\ [J]$

$E_{MT_2} = 14\ [J]$ //

9.5) $\sum \vec{F}_x = m a$

$mg\sin 20 - \mu mg\cos 20 = m.a$

$a = g\sin 20 - \mu g\cos 20$

$a = 1,54\ m/s^2$ => Luego baja.

9.6) $v_{2_A}^2 = v_2^2 + 2ad$

$v_{2_A} = \sqrt{2(1,54)(2,65)} = 2,85\ m/s$

$v_{2A} = 2,85\ m/s$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

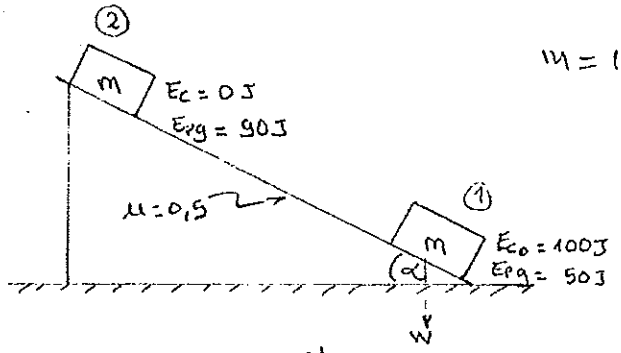
10.- Un bloque de masa 1Kg es disparado hacia arriba de un plano inclinado.El coeficiente de fricción único es 0,5. Si las condiciones energéticas del bloque son: en la base del plano,energía cinética=100 joules;energía potencial gravitatoria= 50 joules.En la parte más alta es: energía cinética = 0 joules,energía potencial gravitatoria = 90 joules.De ésta información determinar:

10.1.- Si el bloque desciende o no. Por qué?.

10.2.- El valor de la fuerza de fricción bajo la condición anterior.

10.3.- La distancia recorrida por el bloque a lo largo del plano.

10.4.-Si se lubrica el plano inclinado y la fuerza de fricción se reduce 1/10 de su valor ;bajo las mismas condiciones energéticas,llegará el bloque a la parte más alta del plano con alguna velocidad?.En caso afirmativo,cual es ese valor.



$m = 1Kg$

10.1) $E_{M1S} = E_{M2S} + T'_{1-2}$

$E_{pg1} + E_{c1} = E_{pg2} + E_{c2} + T'_{1-2}$

$100 + 50 = 90 + 0 + T'_{1-2}$

$T'_{1-2} = 60\,J$ / cuando sube

Cuando baja:

$E_{M2S} = E_{M1S} + T'_{2-1}$

$90 = E_{M1S} + 60$

$E_{M1S} = 30\,J$

$\Rightarrow$ Si $E_{M1S} > T'_{2-1}$ → el bloque desciende

Pero tenemos: $E_{M1S} < T'_{2-1}$

↳ NO DESCIENDE //

(10.2) $E_{M1} = E_{M2} + T'_{1-2}$

$150 = 90 + \mu mg\cos\alpha \cdot d$

$E_{c1} = 100 = \frac{1}{2} m v_1^2$

$\rightarrow v_1 = 14{,}14 \text{ m/s}$

$v_2^{2\,0} = v_1^2 - 2ad$

$v_1^2 = 2ad$ ①

$\sum \vec{F}_x = m\,a$

$mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = m.a$

$a = g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha$ ②

① ∧ ② despejo d:

$$d = \frac{v_1^2}{2(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)} \quad ③$$

Reemplazo en la ecuación de energía.

$$150 = 90 + \mu mg\cos\alpha \frac{v_1^2}{2(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)}$$

Lo despejo en ángulo:

$\tan\alpha = 0{,}33 \rightarrow \alpha = 18{,}41°$

$T'_{1-2} = 60 = fr \cdot d$

en ③ $d = 12{,}65$ m

$\rightarrow fr = 4{,}74$ [N] //

(10.3) $d = 12{,}65$ [m] //

(10.4) $fr = \frac{1}{10}(4{,}74) = 0{,}474$ Nt

$E_{M1} = E_{M2} + T'$

$50 + 100 = 90 + \frac{1}{2} m v_2^2 + 0{,}474 \times 12{,}65$

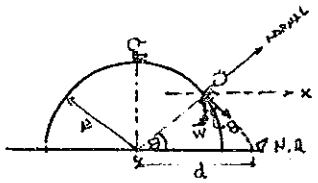
$\therefore v_2 = 10{,}4$ m/s // $\Rightarrow$ llega a la parte alta con una velocidad v_2.

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

12.- Un muchacho se encuentra sentado en la parte superior de un montículo de hielo semi-esférico de radio R (ver figura); si el muchacho comienza a resbalar y el hielo se supone sin rozamiento.Determinar:

12.1.- La posición del punto donde el muchacho se separa del montículo en función de R.

12.2.- La posición donde cae el muchacho en el suelo,respecto al centro de la semi-esfera.



12.1) En el punto p:

$\sum F_c = m\frac{v_p^2}{R}$; $\hat{N}=\hat{0}$ porqué se desprende el muchacho.

$\hat{N}^{0} + mg\operatorname{Sen}\theta = m\frac{v_p^2}{R}$

$v^2 = gR\operatorname{Sen}\theta$ ①

$E_{mA} = E_{mp}$

$mgh_A = \frac{1}{2}mv_p^2 + mgh_p$

$mgR = \frac{1}{2}m(gR\operatorname{Sen}\theta) + mgR\operatorname{Sen}\theta$

$1 = \frac{1}{2}\operatorname{Sen}\theta + \operatorname{Sen}\theta$

$\operatorname{Sen}\theta = \frac{2}{3}$

$\theta = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 41.8°$

$\vec{r}_P = R(\cos 41,8\,\vec{i} + \operatorname{Sen}41,8\,\vec{j})$

$\vec{r}_P = 0,745R\,\vec{i} + 0,66R\,\vec{j}$ //

12.2) En ①:

$v^2 = v_0^2 = gR\left(\frac{2}{3}\right)$

$y = x\tan\alpha + \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$

ya que $-\mu\vec{v}_0 = -\mu\vec{a}$; $(\vec{a}=\vec{g})$

12.2) $R\operatorname{Sen}\theta = x\tan 48,2 + \frac{5x^2}{gR\left(\frac{2}{3}\right)\cos^2 48,2}$

$R\left(\frac{2}{3}\right)\left[gR\frac{2}{3}\right]\cos^2 48,2 = \left[gR\frac{2}{3}\right]\cos^2 48,2\,(x\tan 48,2) + 5x^2$

$1,974R^2 = 3,312xR + 5x^2$

$5x^2 + 3,312Rx - 1,974R^2 = 0$

$x = \frac{-3,312R \pm \sqrt{(3,312R)^2 + 4(5)(1,974R^2)}}{10}$

$x = \frac{-3,312R \pm 7,10R}{10}$

$x = \frac{-3,312R + 7,10R}{10} = 0,378R$

$d = r_{Px} + x$

$d = [0,745 + 0,378]R = 1,123R$ //

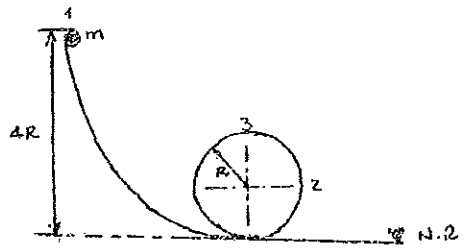
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

14.- Se deja caer un bloque de masa "m" desde el punto 1 de la pista sin rozamiento,como se muestra en la figura.Determine:

14.1.- La magnitud y dirección,respecto a la horizontal,de la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo en el punto 2.

14.2.- La velocidad del cuerpo en el punto 3.

14.3.-La magnitud y dirección de la fuerza que ejerce el bloque sobre la pista en 3.



14.1) $E_{M1} = E_{M2}$

$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$

$g(4R) = gR + \frac{1}{2}v_2^2$

$3gR = \frac{1}{2}v_2^2$

$v_2^2 = 6gR$

$\sum \vec{F}_{c2} = m\frac{v_2^2}{R}$

$N_2 = m\frac{v_2^2}{R}$

$N_2 = m\frac{(6gR)}{R} = 6mg$

$\vec{F}_R = \vec{N} + m\vec{g}$

$\vec{F}_R = -6mg\,\vec{i} - mg\,\vec{j}$

$|\vec{F}_R| = 6{,}08\,[N]$

$\theta = tg^{-1}\left(\frac{mg}{6mg}\right) = 9{,}46°$

14.2) $E_{M1} = E_{M3}$

$mg(4R) = mg(2R) + \frac{1}{2}mv_3^2$

$v_3 = \sqrt{4gR}$

14.3) $\sum \vec{F}_c = m\frac{v_3^2}{R}$

$N_3 + mg = m\frac{v_3^2}{R}$

$N_3 = m\frac{v_3^2}{R} - mg$

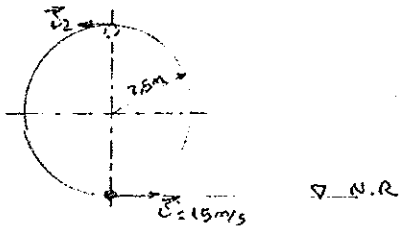
$N_3 = m\frac{(4gR)}{R} - mg$

$N_3 = 3mg$

$\hookrightarrow \vec{N}_3 = -3mg\,\vec{j}\ [Nt]$

15.- Un ciclista y bicicleta pesan 800 Newtons y se mueven sobre una pista circular vertical de 2,5 metros de radio. Si la velocidad en el punto más bajo de la trayectoria circular es de 15 m/s.Despreciando rozamiento,calcular:

15.1.- La aceleración en el punto más alto de la trayectoria.
15.2.- La magnitud y dirección de la fuerza que hace la pista sobre la bicicleta en el punto más alto de la pista circular.



(15.1) $E_{M_1} = E_{M_2}$

$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$

$\frac{1}{2}(80)(15)^2 = 80(10)(5) + \frac{1}{2}(80)v_2^2$

$v_2 = 11,18\ m/s$

$a_c = \frac{v_2^2}{R} = \frac{11,18^2}{2,5} = 50\ m/s^2$

$\vec{a}_c = -50\vec{j}\ m/s^2$

$\omega_2 = \frac{11,18}{2,5} = 4,47\ rad/s$

$\omega_1 = \frac{15}{2,5} = 6\ rad/s$

$\omega_f^2 = \omega_o^2 - 2\alpha\Delta\theta$

$4,47^2 = 6^2 - 2\alpha(\pi)$

$\alpha = \frac{6^2 - 4,47^2}{2\pi} = 2,549\ rad/s^2$

$a_t = \alpha . R = 2,549 \times 2,5$

$a_t = 6,372\ m/s^2$

$\vec{a} = -6,372\vec{i} - 50\vec{j}\ [m/s^2]$ //

(15.2) $\Sigma F_c = m\frac{v_2^2}{R}$

$N_2 + mg = m\frac{v_2^2}{R}$

$N_2 = m\frac{v_2^2}{R} - mg$

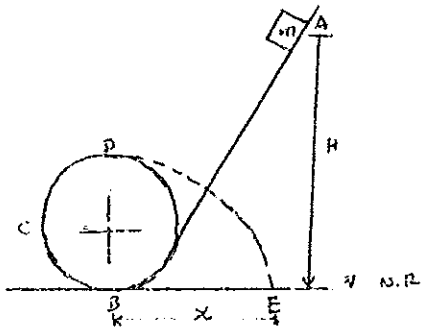
$N_2 = 80 \times \frac{11,18^2}{2,5} - 80 \times 10$

$N_2 = 3199,75\ [N_t]$

$\vec{N}_2 = -3199,75\vec{j}\ [N_t]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.- Un cuerpo de masa "m" comienza a resbalar desde el pùnto A de la pista sin rozamiento,si el radio de la pista circular es 1 metro.Determinar:
16.1.- La mínima altura H del punto A,desde donde se debe soltar al cuerpo para que no se separe de la pista en ningún punto.
16.2.- Suponiendo que la pista estuviera cortada en el punto D,a qué distancia del punto de tangencia B impactaría el cuerpo en el plano XY.



16.1)

$$\sum F_{CD} = m a_D^2$$

$$N + mg = m\frac{v_D^2}{R}$$

$$v_D^2 = Rg$$

$$E_{MA} = E_{MD}$$

$$mgh_A = mgh_D + \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$gH = g(2R) + \frac{1}{2}(Rg)$$

$$10H = 10(2) + \frac{1}{2}(10)$$

$$\hookrightarrow H = 2{,}5\ [m]\ //$$

16.2)

$$y = x\tan\theta - \frac{\frac{1}{2}gx^2}{v_0^2\cos^2\theta}$$

$$-2R = x\tan 0° - \frac{5x^2}{10^2\cos^2 0}$$

$$\hookrightarrow x = 2\ [m]\ //$$

otra manera:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$2 = \frac{1}{2}(10)t^2$$

$$t = 0{,}632\ seg$$

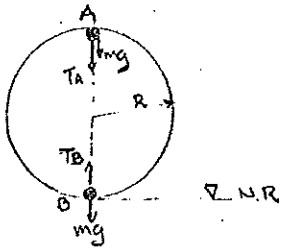
$$x = v_{xo}\cdot t$$

$$x = 3{,}162 \times 0{,}632$$

$$x = 2\ [m]\ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

17.-Un cuerpo de masa "m" se encuentra atado en el extremo de una cuerda de longitud "L" y girando en un plano vertical.Demostrar que la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria excede a la tensión de la cuerda en el punto más alto de la trayectoria en 6 veces el peso del cuerpo que gira.



$$E_{mA} = E_{mB}$$

$$mg(2R) + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 4Rg \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_{cA} = m\frac{v_A^2}{R}$$

$$mg + T_A = m\frac{v_A^2}{R} \quad \therefore T_A = m\frac{v_A^2}{R} - mg \quad (2)$$

$$\Sigma \vec{F}_{cB} = m\frac{v_B^2}{R}$$

$$T_B - mg = m\frac{v_B^2}{R}$$

$$T_B = m\frac{v_B^2}{R} + mg \quad (3)$$

$$(3) - (2)$$

$$T_B - T_A = 2mg + \frac{m}{R}(v_B^2 - v_A^2) \quad (4)$$

(1) en (4)

$$T_B - T_A = 2mg + \frac{m}{R}(v_A^2 + 4Rg - v_A^2)$$

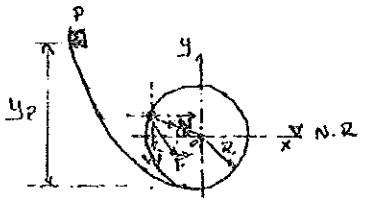
$$T_B = T_A + 6mg \quad //$$

18.- En la figura determinar respecto al sistema de referencia XY.

18.1.- En que posición se encuentra la partícula que resbala por el rizo,cuando sobre ella actúa una fuerza resultante $\vec{F} = 5mg\vec{i} - 4mg\vec{j}$ (newtons),y

18.2.- La coordenada en Y del punto P,desde el cual se deja caer la partícula con velocidad $=0\vec{i} - 0\vec{j}(m/s)$ para que cumpla la condición del literal anterior.

18.1)



$$\vec{N} + m\vec{g} = \vec{F}$$
$$\vec{N} = \vec{F} - m\vec{g}$$
$$\vec{N} = (5mg\vec{i} - 4mg\vec{j}) - (-mg\vec{j})$$
$$\vec{N} = 5mg\vec{i} - 3mg\vec{j}$$

$$\vec{r} = R(-Cos30,96\vec{i} + Sen30,96\vec{j})$$
$$\vec{r} = -0,857R\vec{i} + 0,51R\vec{j}$$

18.2) $\Sigma F_N = m\frac{v_1^2}{R}$

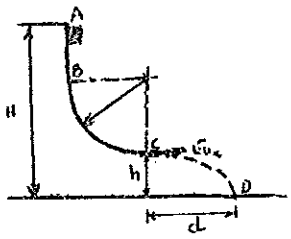
$$N_1 + mgSen\theta = m\frac{v_1^2}{R}$$
$$5,83mg + 0,514mg = m\frac{v_1^2}{R}$$
$$v_1 = \sqrt{6,34gR}$$

$$W_{NC} = \Delta E_K + \Delta E_P$$
$$0 = E_{K1} - E_{KP} + E_{P1} - E_{PP}$$
$$0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgRSen\theta - mg(y_p - R)$$
$$0 = \frac{1}{2}(6,34gR) + g(RSen30,96) - gy_p + gR$$

$$\hookrightarrow y_p = 4,68R$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

19.- En la pista de la figura (A-B-C) existe rozamiento solo en el tramo BC, si se suelta en A un cuerpo de masa 2 Kg y este luego de deslizar sobre la pista (A-B-C) hace impacto en el piso en el punto D,determinar el trabajo de la fuerza de rozamiento en el tramo B-C de la pista.



H=25m
R=3m
h=20m
d=10m

T': Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

$E_{mA} = E_{mB} + T'^{0}$

$mgH = mg(h+R) + \frac{1}{2}mv_B^2$

$(10)(25) = (10)(23) + \frac{1}{2}v_B^2$

$\hookrightarrow v_B = 6.32\ m/s$

$W_{NC} = \Delta E_c + \Delta E_p + T'$

$E_{mB} = E_{mC} + T'$

$\frac{1}{2}mv_B^2 + mg(R+h) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh + T'$ ①

C-D: Mov. parabólico

$y = \frac{1}{2}gt^2$

$20 = \frac{1}{2}(10)t^2$

$t = 2\ seg$

$x = v_{ox}\cdot t$

$v_{ox} = \frac{x}{t} = \frac{10}{2} = 5\ m/s = v_C$

reemplazo en ①:

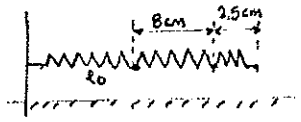
$\frac{1}{2}(2)(6.32)^2 + (2)(10)(23) = \frac{1}{2}(2)(5^2) + (2)(10)(20) + T'$

$\hookrightarrow T' = 75\ [J]$

$\Rightarrow T_{froz} = -75\ [J]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

20.- Un resorte ideal de longitud "Lo" necesita una fuerza de 250 Newtons para estirarle una distancia de 8 cm.Qué trabajo en joule es necesario realizar,para estirarlo una distancia adicional de 2,5 cm.Resuelvalo analíticamente y gráficamente.



$F = k.x$

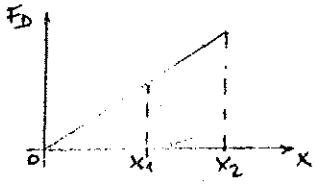
$250 = k(0,08)$

$k = 3125 \frac{N}{m}$

$T_{fD} = \frac{1}{2}KX_2^2 - \frac{1}{2}KX_1^2$

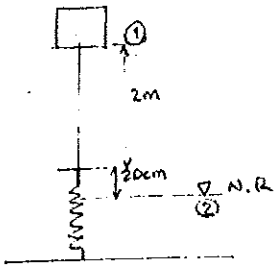
$T_{fD} = \frac{1}{2}(3125)(0,105)^2 - \frac{1}{2}(3125)(0,08)^2$

$T_{fD} = 7,22\ J$ //



$T_{FD} = \frac{1}{2}kx_2 - \frac{1}{2}kx_1^2$

21.-Se suelta un cuerpo desde una altura de 2m,sobre un resorte de constante elástica 40 Nt/cm,el cual se comprime 20 cm.Determine el peso del cuerpo.



$E_{M1} = E_{M2}$

$mgh_1 = \frac{1}{2}KX^2$

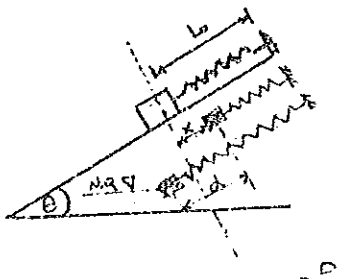
$m(10)(2,2) = \frac{1}{2}(4000)(0,2)^2$

$m = 3,63\ Kg$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

22.- En el sistema de la figura,un bloque de masa "m" se encuentra unido a un resorte ideal de longitud "Lo" y constante "K" fijo en A. Se empuja el cuerpo hacia arriba deformándole una distancia x,en este instante se suelta el sistema .Determinar que en ausencia de rozamiento,la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano inclinado está dada por la siguiente relación.

$$d = \frac{2mgsen\theta}{k} + 2x$$



$W_{\vec{F}\vec{N}c} = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \vec{T}$

$0 = \Delta E_{Ms}$

$E_{c_1} + E_{pg_1} + \frac{1}{2}kx^2 = E_{c_2} + E_{pg_2} + E_{pe_2}$

$mgh + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(-(d-x))^2$

$mgd\,Sen\theta + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(d^2 - 2dx + x^2)$

$2mgd\,Sen\theta = kd^2 - 2dxk$

$d(2mgSen\theta + 2kx) = kd^2$

$d = \frac{2mgSen\theta}{k} + 2x$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

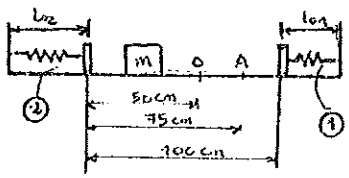
23.-En el sistema de la figura,determinar:

23.1.- La distancia x1 que se debe comprimir al resorte (1) para que el cuerpo de masa 5 Kg se detenga en el punto A;luego de atravesar la pista,comprimir al resorte (2) y regresar.

23.2.- La energía mecánica perdida por rozamiento en todo el recorrido.

23.3.- La velocidad del cuerpo en O,al regreso.

23.4.- El trabajo realizado por la normal.



$K_1 = 1500\ N/m$

$K_2 = 2000\ N/m$

$\mu = 0,3$

Resolución del ejercicio en la parte de atrás:

23.1) $E_{M1} = E_{M2} + T'$

$\frac{1}{2} K_1 x_1^2 = \frac{1}{2} K_2 x_2^2 + 0,3 \times 50 \, (1 + x_2 + x_1)$ ①

$E_{M2} = T'$

$\frac{1}{2} K_2 x_2^2 = 0,3 \times 50 \, (x_2 + 0,75)$

$\frac{1}{2} (1500) x_2^2 = 0,3 \times 50 \, (x_2 + 0,75)$ ②

$\Rightarrow x_2 = 0,132 \text{ m}$

en ① :

$\frac{1}{2} (2000) x_1^2 = \frac{1}{2} (1500) (0,132)^2 + 0,3 \times 50 (1 + 0,132 + x_1)$

↳ $x_1 = 0,181 \text{ m}$ //

23.2) $W_{fr} = -0,3 \times 50 \, (1 + x_2 + x_1) - 0,3 \times 50 \, (x_2 + 0,75)$

$W_{fr} = -33,66 \text{ J}$ //

23.3) $E_{M2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + T'$

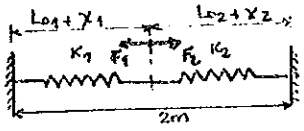
$\frac{1}{2} K_2 x_2^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0,3 \times 50 \, (0,5)$

$\frac{1}{2} (1500) (0,132)^2 = \frac{1}{2} (5) v_0^2 + 0,3 \times 50 \, (0,5)$

↳ $v_0 = 1,492 \text{ m/s}$ //

23.4) $T_N = \vec{F_N} \cdot \vec{\Delta r} = (-mg\vec{j}) \cdot \Delta r \vec{i} = 0 \text{ [J]}$ //

24.- El resorte 1 tiene una longitud de 50 cm y constante elástica $K_1 = 25$ Nt/m.El resorte 2 tiene 1 m de longitud y constante $K_2 = 10$ Nt/m.Están unidos y estirados de tal manera que sus extremos fijos están separados 2 m.Calcular la longitud de cada uno de los resortes en esta posición.



$$F_1 = F_2$$

$$K_1 X_1 = K_2 X_2$$

$$25 X_1 = 10 X_2$$

$$X_1 = 0{,}4 X_2 \quad (1)$$

$$(Lo_1 + X_1) + (Lo_2 + X_2) = D$$

$$(0{,}5 + X_1) + (1 + X_2) = 2$$

$$X_1 + X_2 = 0{,}5 \quad (2)$$

(1) en (2):

$$X_2 = 0{,}357 \text{ m}$$

$$X_1 = 0{,}142 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L_1 = Lo_1 + X_1 = 0{,}642 \text{ m} //$$

$$\Rightarrow L_2 = Lo_2 + X_2 = 1{,}357 \text{ m} //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

25.- La pista de la figura es totalmente lisa,Calcular la mínima compresión que debe hacerse sobre el resorte de longitud inicial 50 cm,para que el cuerpo de masa "m" complete la trayectoria.

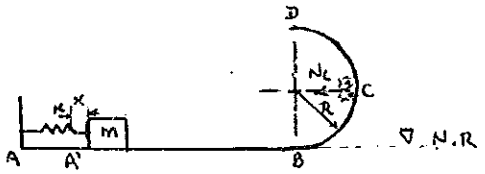
25.1.- Determine la reacción que ejerce la pista sobre el cuerpo,cuando éste se halla en el punto C.

AB=12 m

R=2m

K=100 Nt/cm

M=1 Kg.



$$\sum \vec{F}_{cD} = m\frac{v_D^2}{R}$$

$$mg + \cancel{N}^{0} = m\frac{v_D^2}{R}$$

$$v_D^2 = Rg$$

$$\cancel{W}^{0}_{NC} = \Delta E_{MS}$$

$$0 = \Delta E_{pK} + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} + \cancel{T}^{0}$$

$$0 = E_{pKD} - \cancel{E_{pKA'}}^{0} + E_{pgD} - \cancel{E_{pgA'}}^{0} + \cancel{E_{peD}}^{0} - E_{peA'}$$

$$0 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D - \frac{1}{2}Kx_A^2$$

$$0 = \frac{1}{2}(Rg) + 1(9,8)(4) - \frac{1}{2}(10000)x^2$$

$$\hookrightarrow x = 0,098\,m \Rightarrow x = 9,9\,[cm]$$ //

25.1) $E_{MA'} = E_{MC}$

$$\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$\frac{1}{2}(10000)(0,098)^2 = \frac{1}{2}(1)v_C^2 + 1(9,8)(2)$$

$$\hookrightarrow v_C = 7,53\ m/s$$

$$\sum F_C = m\frac{v_C^2}{R}$$

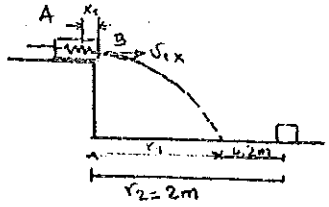
$$N_C = m\frac{v_C^2}{R}$$

$$N_C = (1)\frac{(7,53)^2}{2} = 28,35\,[Nt]$$

$$\hookrightarrow N_C = 28,35\,[Nt]$$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

26.-Dos muchachos desean impactar a un objeto que está situado en el piso,usando una pistola de resorte colocada horizontalmente .Se considera despreciable el rozamiento en el cañón de la pistola.El primer muchacho comprime el resorte 1 cm y el proyectil impacta en el piso 20 cm delante del objeto; el mismo que está situado a 200 cm del pie de la mesa.Calcular la distancia que debe comprimirse el resorte el segundo muchacho con el propósito de que el proyectil pegue en el blanco.



$E_{mA} = E_{mB}$ $\qquad$ $E_{mA'} = E_{mB'}$

$\frac{1}{2}Kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ① $\qquad$ $\frac{1}{2}Kx_2^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ ②

$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$

$\hookrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_{1x}}{v_{2x}}$ ③

$v_1 = v_{1x}$ } reemplazo en ③
$v_2 = v_{2x}$

$r_1 = v_{1x} \cdot t$
$r_2 = v_{2x} \cdot t$ $\qquad$ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{v_{1x}}{v_{2x}}$ ④

④ en ③

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{x_1}{x_2}$

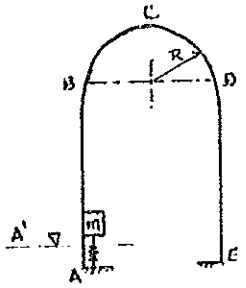
$x_2 = \frac{x_1 \cdot r_2}{r_1} = \frac{1cm \cdot 2m}{1,8m}$

$x_2 = 1,1\ [cm]$ //

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

27.- En base (A) del arco vertical de la figura se coloca un rtesorte de longitud natural 15 cm.Se comprime el resorte una distancia de 5 cm y se coloca sobre él un bloque de masa 1 kg.Si se desea de la vuelta el arco ABCDE con el mínimo esfuerzo ,entonces determine el valor de la constante del resorte en Dinas/cm.

AB= 100 cm.
R= 25 cm.



$$\Sigma F_c = m\frac{v_c^2}{R}$$

$$mg + N' = m\frac{v_c^2}{R}$$

$$v_c^2 = gR \quad (1)$$

$$E_{MA'} = E_{MC}$$

$$\frac{1}{2}K(0,05)^2 = mgh_c + \frac{1}{2}mv_c^2 \quad (2)$$

(1) en (2)

$$\frac{1}{2}K(0,05)^2 = 9,8h_c + \frac{1}{2}(9,8)(0,25) \quad (3)$$

$$h_c = 25+100-10 = 115\,cm \quad (4)$$

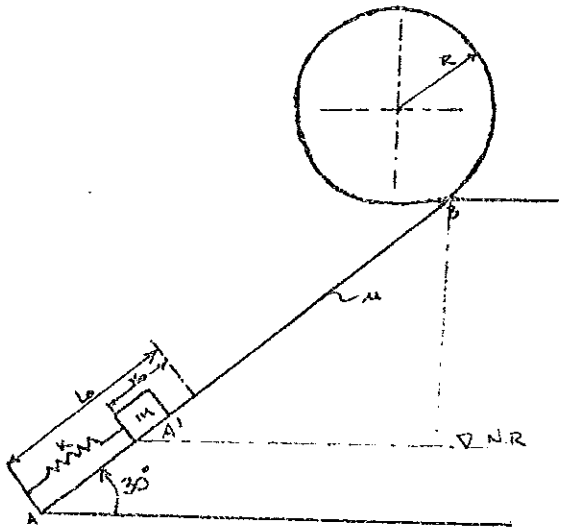
(4) en (3)

$$\frac{1}{2}K(0,05)^2 = 9,8(1,15) + \frac{1}{2}(9,8)(0,25)$$

$$\therefore K = 9996\left[\frac{N}{m}\right] //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

28.- Si en la figura la sección recta (tramo AB),es rugosa,y la circular lisa;determinar la mínima compresión necesaria del resorte,a fin de que una masa de 1 kg disparada por el resorte comprimido completa una vuelta en la sección circular.



$\mu = 0{,}2$
Lo=0,5 m
AB= 4m
R= 2m
K=4000 N/m
Xo=mínima compresión.

$E_{MB} - E_{MA'} = W_{FNC}$

$E_{MB} - E_{MA'} = -fr.d$

$d = 4 - (l_o - x) = 4 - (0{,}5 - x)$

$d = 3{,}5 + x$

$E_{MB} = E_{MC}$

$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$

$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}m(gR) + mg(4)$

$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}(1)(gR) + 4g$ ②

$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - \frac{1}{2}Kx_A^2 = -\mu mg\cos\theta . d$ ①

② en ①

$\frac{1}{2}(1)(gR) + 4g + mgh_B - \frac{1}{2}Kx_A^2 = -\mu mg\cos\theta\,(3{,}5+x)$

$\frac{1}{2}(9{,}8)(2) + 4(9{,}8) + mgd\sin 30 - \frac{1}{2}(4000)x^2 = -0{,}2\times 1(9{,}8)\cos 30\,(3{,}5+x)$

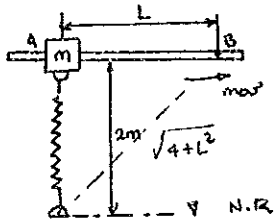
$\frac{1}{2}(9{,}8)(2) + 4(9{,}8) + 9{,}8(3{,}5+x)\sin 30 - \frac{1}{2}(4000)x^2 = -0{,}2(9{,}8)\cos(3{,}5+x)$

$2000x^2 - 6{,}6x - 72 = 0$

$x = 0{,}191\ [m] \rightarrow x = 19{,}15\ [cm]$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

29.- Un cursor de 2Kg de masa esta montado sobre una barra lisa y unido a un punto fijo C mediante un resorte de k=200 N/ m y 2m de longitud.Un impulso le comunica al cursor una velocidad de 5 m/s y éste se desplaza sobre una barra sin rozamiento hasta el punto B en donde se detiene.Determinar la longitud que recorre el cursor.



$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kx_B^2 + \frac{1}{2}m\cancel{v_B^2}^{0}$$

$$\frac{1}{2}(2)(5^2) = \frac{1}{2}(200)\left(\sqrt{4+L^2} - 2\right)^2$$

$$25 = 100\left[\sqrt{L^2+4} - 2\right]^2$$

$$25 = 100\left[(L^2+4) - 4\sqrt{L^2+4} + 4\right]$$

$$0,25 = \left[(L^2+4) - 4\sqrt{L^2+4} + 4\right]$$

$$0,25 = L^2 + 8 - 4\sqrt{L^2+4}$$

$$4\sqrt{L^2+4} = L^2 + 8 - 0,25$$

$$\left(\sqrt{L^2+4}\right)^2 = (0,25L^2 + 1,937)^2$$

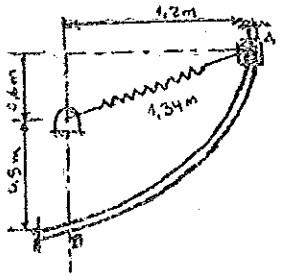
$$L^2+4 = 0,0625L^4 + 0,968L^2 + 3,752$$

$$0,0625L^4 - 0,032L^2 - 0,248 = 0$$

$$\hookrightarrow L = 1,5\ [m] \ //$$

RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

30.- Un cursor de masa 50 Kg se mueve a lo largo de la guía rígida y lisa desde A hacia B,como se indica en la figura.Calcular su velocidad en B si parte del reposo en A .La longitud normal del resorte es 0,6 m y su constante es de 100 Kgf/m.



$m_A = 50 kg$

$v_{oA} = 0$

$K = 100 \frac{kgf}{m} \cdot \frac{9,8N}{1Kgf} = 980 \frac{N}{m}$

$x_A = 1,34 - 0,6 = 0,741 m$

$x_B = 0,9 - 0,6 = 0,3 m$

$$E_{mA} = E_{mB}$$

$$\frac{1}{2}Kx_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}Kx_B^2$$

$$\frac{1}{2}(980)(0,741)^2 + 50 \times 9,8 \times 1,5 = \frac{1}{2}(50)v_B^2 + \frac{1}{2}(980)(0,3)^2$$

Despejo v_B:

$\hookrightarrow v_B = 6,19 [m/s]$ //